

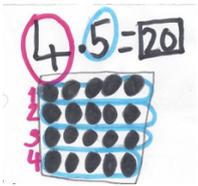
# OPERATIONSVORSTELLUNGEN

## MULTIPLIKATION – Punktebilder

### MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

- **Multiplikative** (und additive) Strukturen in der flächigen Darstellung erkennen.
- **Mal- und Tauschaufgabe** durch Perspektivwechsel veranschaulichen.
- Die **Bedeutung der 1. und 2. Zahl** im Punktebild material- und bildgestützt verdeutlichen.
- **Darstellungen vernetzen**: Zwischen Darstellungen wechseln, Darstellungen einander zuordnen und die Zuordnung begründen.

### AUSGANGSAUFGABE



Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.

### PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

#### Darstellen/Kommunizieren:

- **Darstellungen nutzen**: Ein Punktebild zu einer Malaufgabe zeichnen, übersichtlich darstellen, präsentieren und den Darstellungswechsel begründen.
- **Darstellungen vernetzen**: Punktebilder von Aufgabe und Tauschaufgabe vergleichen, beschreiben und Zusammenhänge begründen (Kommutativgesetz).
- **Kommunizieren und kooperieren**: Über verschiedene Sichtweisen auf ein Punktefeld austauschen und begründen.

### SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Sprachmittel und Fachausdrücke** gezielt planen: Welche Sprachmittel sind relevant, um eigene Vorgehensweisen verbalisieren zu können? Gruppensprechweise etablieren.
- **Sprachspeicher**, der Ausdrücke beispielgebunden visualisiert, gemeinsam mit den Lernenden erarbeiten
- **Ausdrücke einsetzen und erweitern**: Lehrkraft fungiert als sprachliches Vorbild und regt die Lernenden zu **eigenen Sprachproduktionen** an

### MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- Mit **weiterführenden Begründungen** und der **Vernetzung von Darstellungen** die Grundaufgabe vertiefend thematisieren.
- Durch Malaufgaben mit Faktoren größer als 10 wird die Aufgabe in einem **größeren Zahlraum** erarbeitet.

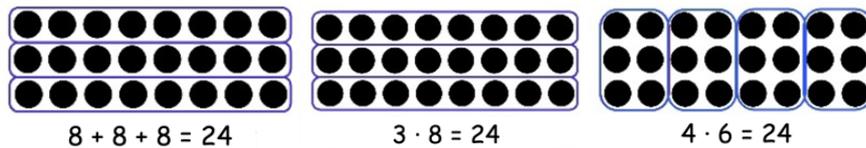


## MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

Während die Kinder unter anderem bei Würfelbildern, in vielen Sachsituationen und auch am Zahlenstrahl die Erfahrung machen, dass es inhaltlich einen Unterschied macht, ob sie  $5 \cdot 6$  oder  $6 \cdot 5$  nachspielen, zeichnen oder sich vorstellen, ist die passende Malaufgabe in der flächigen Darstellung abhängig von der Perspektive. Dies ist eine wichtige Erkenntnis, die es gemeinsam mit den Kindern zu thematisieren gilt, um die flächige Vorstellung der Multiplikation zu entwickeln sowie das Kommutativgesetz zu veranschaulichen.

Die Lernenden sollen die flächige Vorstellung der Multiplikation entwickeln und **multiplikative Strukturen** in Punktebildern erkennen.

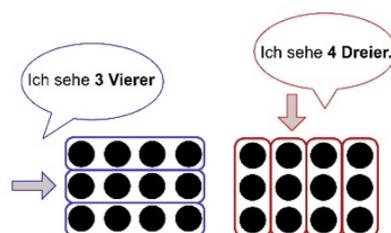
- Im Punktebild die Anzahl der Punkte nicht durch Abzählen, sondern durch geschicktes Zusammenfassen gleichgroßer Teilmengen erfassen und somit additive und/oder multiplikative Strukturen im Punktefeld entdecken: (Hinweis: Plusaufgaben mit gleichen Summanden)  
„Finde Plus- und Mal-Aufgaben im Punktebild. Kreise ein.“ Die Rechnungen können verglichen und die Beziehung zwischen der Addition und der Multiplikation verdeutlicht werden: „Wie kann ich im Punktebild die Aufgabe  $3 \cdot 8$  sehen? Wo sehe ich dort die Aufgabe  $8 + 8 + 8$ ?“



- Arbeit zu zweit: Passendes Punktebild zur Malaufgabe mit dem Malwinkel am Punktefeld zweigen: „Sucht gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.“

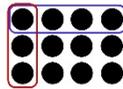
Bei der flächigen Darstellung der Multiplikation sind beide Faktoren direkt ablesbar. **Malaufgabe und** entsprechende **Tauschaufgabe** lassen sich prinzipiell einem Punktebild zuordnen und durch **Perspektivwechsel** veranschaulichen.

- Die Rolle der ersten und zweiten Zahl im Punktebild thematisieren:
  - Die Anzahl der Zeilen wird durch die ersten Zahl und die Anzahl der Punkte in jeder Zeile durch die zweiten Zahl angegeben.
  - Gemeinsam mit den Kindern wird besprochen, dass es sich dabei (nur) um eine Konvention (in Kindersprache: Vereinbarung) handelt, um eindeutiger kommunizieren zu können. (Grundsätzlich sollen die Lernenden einen flexiblen Blick auf das Punktebild entwickeln.)
  - Die Tauschaufgabe durch Perspektivwechsel der Kinder verdeutlichen: z. B. ein Punktefeld aus großen Plättchen legen und die Kinder dieses aus unterschiedlichen Perspektiven betrachten lassen:



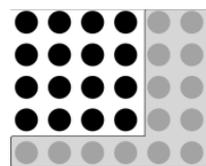
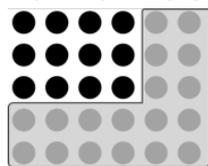
Die Lernenden sollen bei der Betrachtung des Punktbildes die **erste und zweite Zahl nicht nur als Einzelemente betrachten**, sondern sich deren inhaltliche **Bedeutung** bewusst machen.

- Die Gruppierung der Punkte bildlich oder materialgestützt thematisieren:
  - „Ich sehe in 3 Zeilen jeweils 4 Punkte.“
  - „Ich sehe 3 mal 4 Punkte.“
  - „Ich sehe 3 Vierer.“ Die Gruppensprechweise (Dreier, Vierer, usw.) unterstützt die Lernenden in ihrer Vorstellungsentwicklung.
- Die Rechteckskonvention vertiefend thematisieren: „Warum passt die Aufgabe  $3 \cdot 4$  (nicht) zu diesem Punktbild?“



**Darstellungen vernetzen:** Zwischen Darstellungen wechseln, Darstellungen einander zuordnen und die Zuordnung begründen.

- Malaufgaben zum Punktbild finden (und umgekehrt) und die Passung zwischen flächiger Darstellung und Term als Gesprächsanlass nutzen: „Warum passt das Punktbild (nicht) zur Mal-Aufgabe?“
- Mehrere Darstellungen (auch in anderer Punktanordnung) zur Auswahl stellen: „Welches Bild passt zur Mal-Aufgabe?“
- Arbeit zu zweit: Punktbilder operativ verändern und dabei Beziehungen zwischen Malaufgaben erkennen: Der Malwinkel wird auf dem Punktefeld um eine Reihe (nach unten oder zur Seite) verschoben und gemeinsam wird überlegt: „Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Welche Mal-Aufgabe entsteht, wenn ich den Malwinkel eine Zeile nach unten/oben (Spalte nach links/rechts) verschiebe?“
- Die Mathesprache unterstützt die multiplikative Vorstellung: „Wenn ich den Malwinkel nach unten schiebe, dann kommt 1 Vierer dazu.“



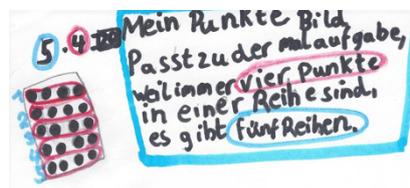
- \*weiterführend: Ein fester Startpunkt auf dem Punktefeld wird vorgegeben: „Welche Aufgaben kannst du erreichen, wenn du den Malwinkel in eine Richtung verschiebst?“

## PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Bei der Aufgabe, eine Malaufgabe durch ein passendes Punktbild darzustellen, wird eine mathematisch symbolische Repräsentation (z. B.  $5 \cdot 4$ ) in eine bildliche Repräsentation (Punktbild) übersetzt. Derartige Vernetzungen von Darstellungen, sowie der Austausch über verschiedene Darstellungen unter Nutzung geeigneter mathematischer Fachsprache, tragen gezielt dazu bei, Kompetenzen im Darstellen und Kommunizieren zu fordern und zu fördern (Selter & Zannetin, 2018).

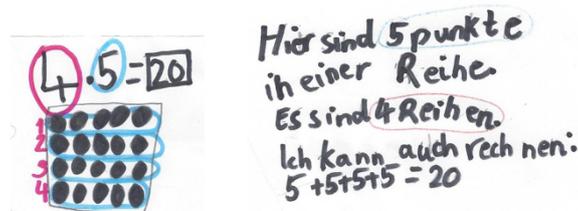
**Darstellungen nutzen:** Zu einer ausgewählten Malaufgabe wird ein passendes Punktebild gezeichnet. Dadurch wird die räumlich-simultane Vorstellung der Multiplikation angeregt und das Punktebild als Lernhilfe bei der Multiplikation verinnerlicht. Die Lernenden halten ihre Ergebnisse übersichtlich fest, präsentieren diese und begründen ihre Darstellung.

- Ein Punktebild zu einer Malaufgabe z. B. auf ein weißes Blatt zeichnen und die passende Malaufgabe notieren: „Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“
- Ersten und zweiten Faktor im Punktebild und in der Malaufgabe mit Forschermitteln markieren: „Markiere die einzelnen Zahlen (Faktoren) der Mal-Aufgabe in der Rechnung und im Punktebild.“
- In gemeinsamen Reflexionsrunden Ergebnisse präsentieren (z. B. im Rahmen einer Mathekonferenz) „Präsentiere anderen Kindern dein Ergebnis übersichtlich.“ Dabei können auch Punktebilder mit gleichen Ergebnissen oder gleichen Faktoren sortiert, verglichen und beschrieben werden.
- „Erkläre, warum dein Punktebild zu deiner Mal-Aufgabe passt“.



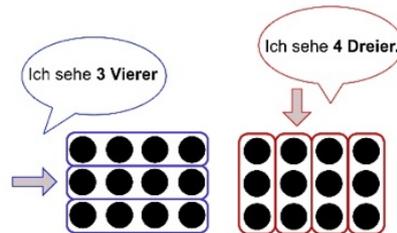
**Darstellungen vernetzen:** Die Lernenden können beim Vergleich von symbolisch dargestellten Rechenaufgaben und den jeweils passenden Punktebildern (ikonische Darstellung) Auffälligkeiten beschreiben und begründen. Auf diese Weise werden Rechengesetze anschaulich dargestellt und verinnerlicht (z. B. Kommutativgesetz: Aufgabe und Tauschaufgabe).

- Malaufgaben zu Punktebildern von Aufgabe und Tauschaufgabe notieren: „Notiere die Mal-Aufgaben zu den vorgegebenen Punktebildern.“
- Auffälligkeiten zu Aufgabe und Tauschaufgabe mit Forschermitteln markieren, wie z. B. vertauschte Faktoren oder gleiches Ergebnis: „Was fällt dir an den Malaufgaben auf? Erkläre.“
- Mit verschiedenen Sichtweisen auf ein Punktebild oder mit um 90 Grad gedrehten Punktebildern das Kommutativgesetz visualisieren und erklären: „Erkläre mit den Punktebildern den Unterschied zwischen den beiden Mal-Aufgaben.“
- Schriftliche oder mündliche Begründungen durch einen angelegten Sprachspeicher unterstützen: „Begründe, warum deine Mal-Aufgaben zu den Punktebildern passen.“ Die Lehrkraft kann Kinder auch in Kleingruppen dazu anregen, sich auszutauschen und geeignete Impulsfragen oder Plättchen zum Legen der Punktebilder bereitlegen.



**Kommunizieren und kooperieren:** Die Lernenden können beim Vergleich von Punktebildern, aber auch beim Vergleich verschiedener Sichtweisen auf ein Punktebild eigene und fremde Standpunkte zueinander in Beziehung setzen.

- Gemeinsam mit einem anderen Kind dasselbe Punktebild betrachten und die Malaufgabe durch Einkreisen von gruppierten Mengen sichtbar machen: „Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben. Kreise so ein, dass ein anderes Kind deine Mal-Aufgabe gut sehen kann.“
- Die eigene Sichtweise auf das Punktebild begründen: „Begründe, warum deine Mal-Aufgabe zu dem Punktebild passt.“
- Die Sichtweise anderer Kinder nachvollziehen und verstehen: „Begründe, warum die Mal-Aufgabe deines Partners zu dem Punktebild passt.“



### SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

In Anordnungen wie dem Punktefeld werden Multiplikationsaufgaben flächig veranschaulicht, wobei die erste Zahl die Anzahl der Reihen angibt und die zweite Zahl die Anzahl der Punkte pro Reihe. Es ist wichtig, diesen Zusammenhang auch sprachlich auszudrücken, um ein Verständnis für die Multiplikation als Vielfachheit von Gruppen gleicher Größe entwickeln zu können. Daher kommt der **Gruppensprechweise** eine zentrale Bedeutung zu: „In jeder der 4 Reihen sind 5 Punkte. Das sind 4 Fünfer.“

**Lehrkraftsprache – Sprachmittel und Fachausdrücke gezielt planen:** Die Lehrkraft sollte im Vorfeld überlegen, **welche Sprachmittel relevant sind**, um über die Darstellung von Multiplikationsaufgaben in Punktefeldern sprechen zu können und eine Vorstellung zur Multiplikation als Zusammenfassen gleichmächtiger Teilmengen zu entwickeln: Anzahlen gleicher Größe werden gruppiert.

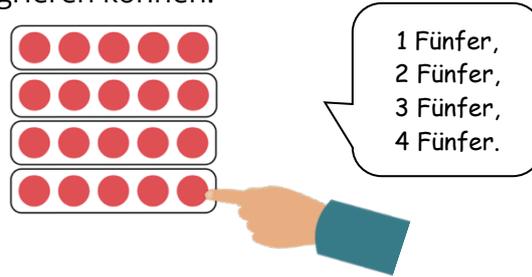
Außerdem sollte mitgedacht werden, wie sprachliche Beschreibungen und Begründungen durch **Mittel zum Forschen und Handlungen am Material** gezielt unterstützt werden können. Es ist zentral, sich im Vorhinein Gedanken darüber zu machen, welche **Herausforderungen bei den Lernenden erwartet** werden können und wie der genaue Einsatz der Sprache durch die Kinder im Unterricht aussehen kann. Hierbei kann es hilfreich sein, sich vorab **Gedanken über konkrete Impulse** zu machen. Diese Impulse sind vor allem dann von großer Bedeutung, wenn Kinder mit Hilfe von Alltagssprache mathematische Entdeckungen beschreiben. Diese Aussagen sind häufig nicht falsch, sondern einfach noch nicht in Unterrichtssprache ausgedrückt. An dieser Stelle ist es die Aufgabe der Lehrkraft die Äußerungen der Kinder aufzugreifen und ihnen dann durch eine fachsprachlich korrekte Einordnung eine alternative Formulierung anzubieten (sprachliches Korrektiv) und diese Ausdrücke auch zu verschriftlichen. Dabei ist wiederum die **parallele Einbindung des Materials** bzw. der Darstellung zentral, da nur so alle Kinder die Möglichkeit haben der Formulierung der Lehrkraft zu folgen.

### Mögliche Sprachmittel, Materialhandlungen und Impulse:

- *Gruppensprechweise: 4 Fünfer, ...*

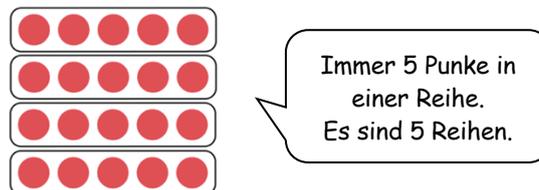


Die Lehrkraft umkreist jeweils die entsprechende Anzahl von Gruppen gleicher Größe, z. B. Fünfer. Durch die Verknüpfung von Sprache und Zeigegeste, können die Lernenden die Ausdrücke zunehmend verinnerlichen und sehen, wie sie die Gruppensprechweise in den eigenen Wortschatz integrieren können.



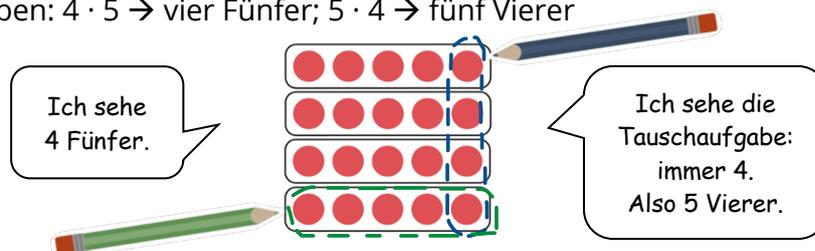
- *Immer ... in einer Reihe/ Es sind ... Reihen*

In der Beschreibung der flächigen Darstellungsweise ist der Ausdruck „Reihe“ zentral, da dieser die zugrundeliegende mathematische Struktur ausdrückt. Hierbei ist zu beachten, dass die alltagssprachlichen Ausdrücke der Lernenden oftmals nicht reichen, um flächige Darstellungen eindeutig zu beschreiben, weshalb diese Fachausdrücke Teil der gemeinsamen Unterrichtssprache werden sollten.



- *Ich sehe die Tauschaufgabe.*

Tauschaufgaben stellen eine Möglichkeit dar, sich flexibel mit Multiplikationsaufgaben auseinanderzusetzen und sollten deshalb auch sprachlich ausgedrückt und veranschaulicht werden. Mittel zum Forschen können die Lernenden dabei unterstützen, die unterschiedlichen Perspektiven auf multiplikative Darstellungen nachzuvollziehen. Nicht tragfähige Formulierungen (wie „ $4 \cdot 5$  und  $5 \cdot 4$  sind gleich“) sollten hingegen vermieden werden: Auch wenn  $4 \cdot 5$  und  $5 \cdot 4$  nach dem Kommutativgesetz dasselbe Ergebnis haben, sollte die erste Zahl stets die Anzahl der Reihen und die zweite Zahl die Anzahl der Punkte pro Reihe angeben:  $4 \cdot 5 \rightarrow$  vier Fünfer;  $5 \cdot 4 \rightarrow$  fünf Vierer



### **Sprachspeicher - Sprachmittel und Fachausdrücke gezielt planen:**

In einem gemeinsam erarbeiteten Sprachspeicher werden relevante Ausdrücke zur Beschreibung und Erklärungen zur Multiplikation an Punktefeldern aufgegriffen, veranschaulicht und vernetzt.

### **Exemplarischer Sprachspeicher:**

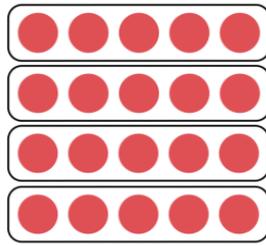
Hinweis: Hierbei handelt es sich um einen Teil eines exemplarischen Sprachspeichers, der unten weiter ausgeführt wird. Grundsätzlich sollten Sprachspeicher immer gemeinsam mit den Lernenden im Unterricht erarbeitet werden. Je nach sprachlichen Vorerfahrungen der Lernenden sollten differenzierte Sprachspeicher zur Unterstützung eingesetzt werden.



## Multiplikation - Am Punktefeld -



$$4 \cdot 5 = 20$$



4 Reihen

Ich sehe **immer 5**  
in einer Reihe.

Es sind 4 Reihen.

4 **Fünfer** sind  
zusammen 20.

**5** Punkte in jeder Reihe  
**1 Fünfer** in jeder Reihe

### Relevante Ausdrücke - Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zahlen und Aufgaben verbalisieren:

- Das Zählen in Bündeln oder Bilden gleichgroßer Gruppen ist ein zentrales Element für den Vorstellungsaufbau der Multiplikation. Die Gruppensprechweise unterstützt Lernende nicht nur im Gespräch über die Multiplikation an Punktefeldern, sondern ist für das inhaltliche Verständnis essenziell. Hierfür benötigen die Lernenden Ausdrücke wie „4 Fünfer“ oder „4 Fünferreihen im Punktefeld“, mit denen die Anzahl und Mächtigkeit gleich großer Gruppen versprachlicht wird.

### Tipps zum Einsatz von Sprachspeichern

- Wenn (einzelne) Kinder noch nicht über ausreichende Lesekompetenzen verfügen, kann es sinnvoll sein, den Sprachspeicher durch Audiodateien zu ergänzen. Hierzu können entweder QR-Codes neben den entsprechenden Ausdrücken abgedruckt werden, welche die Lernenden mit dem Tablet abschnappen und sich den Ausdruck oder dessen Sprechweise dann anhören können. Alternativ kann eine digitale Version des Sprachspeichers genutzt werden, wo Audiodateien in einer PowerPoint-Datei oder online mit Hilfe von H5P direkt integriert und abgespielt werden können.
- Der zusätzliche Einsatz einer visuell gestützten Wörterliste, vor allem für Kinder, die noch nicht über ausreichende Deutschkenntnisse verfügen, kann im Sinne der Sprachförderung sinnvoll sein.

### Darstellungen vernetzen:

- Die Darstellung am Punktefeld und die symbolische Darstellung ( $4 \cdot 5$ ) werden nicht nur gewechselt, sondern auch sprachlich aufeinander bezogen: „*Ich sehe immer 5 in einer Reihe. Es sind 4 Reihen.*“
- Der exemplarische Sprachspeicher enthält zudem eine beispielhafte Formulierung, auf die Lernende bei der Versprachlichung von Multiplikationsaufgaben zurückgreifen können. Die Gruppengröße, die Anzahl der sich wiederholenden Gruppen und das Ergebnis sollten sichtbar sein: „*4 Fünfer sind zusammen 20*“
- Mittel zum Forschen können den Lernenden helfen, ihre Sichtweisen auf die Punktefelddarstellung zu veranschaulichen. Deshalb sollten diese auch im Sprachspeicher aufgegriffen und genutzt werden.

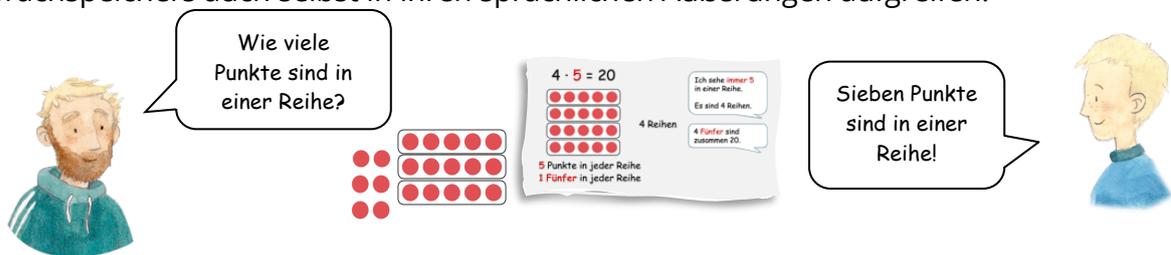


- Verschiedenen Farben eignen sich, um die unterschiedlichen Perspektiven zu veranschaulichen.

**Sprachspeicher einsetzen und erweitern:** Der Sprachspeicher sollte immer wieder gezielt im Unterricht eingesetzt werden und ggf. um weitere relevante Ausdrücke erweitert werden. So sollen die Lernenden zu eigenen Sprachproduktionen angeregt werden, um zunehmend vertiefte Einsichten in multiplikative Strukturen zu gewinnen und diese angemessen ausdrücken zu können.

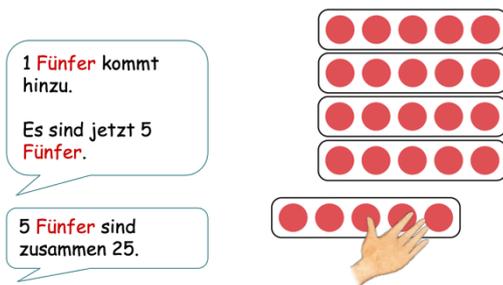
**Sprachspeicher gezielt einsetzen:**

- Die im Sprachspeicher enthaltenen Sprachmittel sind für die Lernenden erst dann besonders hilfreich, wenn sie regelmäßig im Unterricht aufgegriffen werden: Sprachspeicher müssen nicht nur gemeinsam entwickelt, sondern auch anschließend „gelebt“ werden.
- Hierzu kann die Lehrkraft als sprachliches Vorbild fungieren und die Ausdrücke des Sprachspeichers auch selbst in ihren sprachlichen Äußerungen aufgreifen:



**Relevante Ausdrücke – Sprachspeicher erweitern:**

- Im weiteren Verlauf des Unterrichts kann und sollte der Sprachspeicher gemeinsam um weitere Inhalte ergänzt werden. Beispielsweise können Aufgabenbeziehungen in den Blick genommen, am Material handelnd veranschaulicht und dabei sprachlich begleitet werden. Ableitungsstrategien können am Punktfeld visualisiert und mit der Gruppensprechweise ausgedrückt werden: „1 Fünfer kommt hinzu“ bzw. „1 Fünfer wird weggenommen“



**Lernende zu eigenen Sprachproduktionen anregen:**

- Kartei „Was? Wie? Warum?“: Karteikarte Nr. 3 „Zusammenhänge beschreiben“ hält Impulse und Unterstützungsmöglichkeiten bereit, um über Zusammenhänge in Würfeldarstellungen zu sprechen:



## Zusammenhänge beschreiben

Eigene Beschreibungen vornehmen

3

Anlass: **Analogieaufgaben**

**Vergleiche.**  
Was ist gleich, was ist verschieden?

Anlass: **Rechenstrich**

### Ziel der Beschreibung von Zusammenhängen

Nicht allen Kindern sind mathematische Zusammenhänge (z. B. zwischen Aufgaben und Darstellungen) unmittelbar bewusst. Daher ist es wichtig, sie sichtbar zu machen, um ...

- sie als Rechenvorteile nutzbar zu machen.
- bereits Gesichertes in neuen Kontexten, Darstellungen etc. zu erkennen.
- langfristiges Lernen transparent zu machen („Das kenne ich schon!“, „Das brauche ich immer wieder!“)

### Beispielhafte Impulse

- Zeige das, was gleich ist.
- Was verändert sich vom einen zum anderen? (z. B. „Was kommt zu  $5 + 4$  hinzu?“)
- Wo steckt das eine im anderen? (z. B. „Wo siehst du die einfache Aufgabe in der schwierigen Aufgabe?“)
- (Wie) Kannst du das eine für das andere nutzen? (z. B. „Wenn 50 die Mitte zwischen 0 und 100 ist, was heißt das für den zweiten Rechenstrich?“)
- Stelle die Aufgabe(n) mit Material dar und zeige die Veränderung! (z. B. „Mache aus der Aufgabe  $4 + 5$  die neue Aufgabe.“)

## Zusammenhänge beschreiben

Eigene Beschreibungen vornehmen

3

### Unterstützungsangebote für das Beschreiben von Zusammenhängen

- das Gemeinsame in den Fokus rücken, z. B. mit Gesten verdeutlichen, mit einem Stift farblich kennzeichnen
- den Unterschied in den Fokus rücken, z. B. farblich hervorheben, mit Pfeilen markieren
- die Veränderung mit Material (nach-)vollziehen, z. B. „Aus ... wird ...“ oder „Aus ... mache ...“

Wie verändert sich der Flächeninhalt?

### Wichtiges

Das Beschreiben von Zusammenhängen schafft auch Begründungsanlässe („Warum ist das so?“).

Das „Eine“ in dem „Anderen“ wahrzunehmen, kann sehr verschieden sein, z. B.:

- die „einfache“ Aufgabe in der „schwierigen“
- die vorherige Zahl/Aufgabe in der nachfolgenden
- das „Kleine“ in dem „Großen“
- das „bereits Bekannte“ in dem „Neuen“
- das „Äußere“ im „Inneren“ etc.

### Weitere Anlässe für das Beschreiben von Zusammenhängen

Zusammenhänge in Aufgabenserien betrachten, z. B. in ...

- schönen Päckchen
  - Zahlenmauern
  - Rechendreiecken
- Zahlbeziehungen betrachten, z. B. ...
- Zahlen verdoppeln und halbieren
  - Teiler einer Zahl
  - Zahlerlegungen

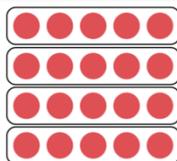
Zusammenhänge von/in Darstellungen betrachten, z. B. ...

- in Wimmelbildern Aufgaben hineinsehen
- Informationen von Säulendiagramm und Tabelle aufeinander beziehen

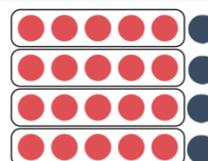
Zusammenhänge als strategisches Werkzeug nutzen, z. B. ...

- Veränderungen von Würfelgebäuden durch Umlegen eines Würfels
- Erkennen von Gemeinsamkeiten bei verschiedenen Streichholzvierlingen mit dem Ziel, ein Holz zu versetzen

Die Streichholz-Vierlinge stimmen in 3 Holzern überein.



Was ist gleich?  
Was ist verschieden?



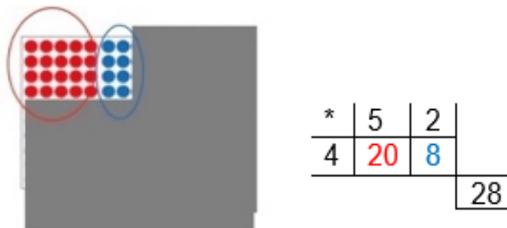
○ Impulse für die Lehrkraft könnten sein:

- *Zeige und beschreibe, was gleich ist.*
- *Was verändert sich vom linken zum rechten Bild?*
- *Wie viele Punkte sind in einer Reihe? Wie viele Reihen sind es?*
- *Ich sehe in beiden Bildern 4 Reihen. Ist es dieselbe Malaufgabe?*

Die angebotene Ausgangsaufgabe kann ein Indikator dafür sein, Kinder zu erkennen, welche bereits ein ausgeprägtes Verständnis der Multiplikation besitzen. Hat die Lehrkraft bereits solche Beobachtungen gemacht, sollte diesen Kindern direkt eine weiterführende Aufgabenstellung angeboten werden. Geeignet sind ergiebige Aufgaben, die es den Kindern ermöglichen ihre Kompetenzen zu zeigen. Im Folgenden wird die Aufgabe „Punktebilder“ auf verschiedene Art und Weisen für Kinder, die bereits weiterführende Übungen zur Multiplikation bearbeiten, angepasst.

Mit **weiterführenden Begründungen** und der **Vernetzung von Darstellungen** die Grundaufgabe vertiefend thematisieren.

- Mathestarke Kinder können Malaufgaben berechnen und mit dem Malwinkel auf dem Hunderterpunktfeld zeigen oder auch selbst zeichnen. Hier kann ein Vergleich mit der Multiplikation am Malkreuz stattfinden. Das Distributivgesetz lässt sich auf diese Weise anschaulich darstellen und erklären. Bsp.:  $4 \cdot 7 = 4 \cdot (5 + 2) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2$
- Die Kinder können das Punktebild zur Aufgabe mit dem Winkel auf dem Hunderterpunktfeld zeigen. Es lässt sich durch die Einfärbung nach der Kraft der 5 erkennen, dass sich  $4 \cdot 7$  aus zwei Punktebildern ( $4 \cdot 7 = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2$ ) zusammensetzt. Durch die Zerlegung der Zahl 7 in  $5 + 2$  wird das Distributivgesetz auch bei der Berechnung am Malkreuz deutlich. Die Kinder können diesen Zusammenhang gut durch farbiges Einkreisen von der entsprechenden Aufgabe und dem zugehörigen Punktebild zeigen.



- Durch Verschieben des Malwinkels können Zusammenhänge gezeigt werden:
  - $4 \cdot 7 \rightarrow 4 \cdot 8$  Ich verschiebe von  $4 \cdot 7$  den Malwinkel um eine Spalte nach rechts und erhalte  $4 \cdot 8$ . Es kommt in jedem Vierer ein Punkt hinzu. Das sind 4 mehr.
  - $4 \cdot 7 \rightarrow 5 \cdot 7$  Ich verschiebe von  $4 \cdot 7$  ausgehend den Malwinkel um eine Zeile nach unten und erhalte  $5 \cdot 7$ . Es kommt ein Siebener hinzu. Das sind 7 mehr.
- Eine weitere Möglichkeit bietet die Erstellung verschiedener Karteikarten für eine Zuordnungsübung. „Ich lege zuerst 1 Fünfer und dann nochmal 2 Fünfer darunter. (Ergebnis, Punktefeld, Aufgabe (zusammengesetzt nach dem Distributivgesetz)). Warum passen die Karten zusammen? Erkläre.“

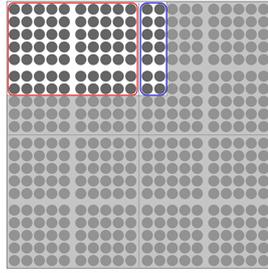


Durch Malaufgaben mit Faktoren größer als 10 wird die Aufgabe in einem **größeren Zahlraum** erarbeitet.

- Mathestarke Kinder können Malaufgaben in größeren Zahlräumen berechnen und mit dem Malwinkel auf dem Vierhunderterpunktfeld zeigen oder auch selbst zeichnen. Auch hier kann gut das Distributivgesetz dargestellt werden.



Beispiel:  $7 \cdot 12 = 7 \cdot 10 + 7 \cdot 2 = 70 + 14 = 84$



*	10	2	
7	70	14	
			84

#### LITERATUR

- Hirt, W. & Wälti, B. (2008): *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Seelze: Klett, Kallmeyer.
- PIKAS-Team (2012): *Mathe ist Trumpf. Materialien zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht aus dem Projekt PIKAS*. Berlin: Cornelsen.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2019): *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band I: Vom Einpluseins zum Einmaleins*. Seelze: Klett Kallmeyer.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2018): *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band II: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen*. Seelze: Klett Kallmeyer

#### LINKS

- [Mathe sicher können: Material primar - natürliche Zahlen - Operationsverständnis](#)
- [PIKAS: Unterricht - Zahlen und Operationen - Zahlraum bis 100 - Multiplikation verstehen](#)
- [Mahiko: 100er-Raum - Multiplikation verstehen](#)



## Ausgangsaufgabe:

Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.



Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig.

### PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- „Wähle eine Mal-Aufgabe und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“
- „Markiere die einzelnen Zahlen (Faktoren) der Mal-Aufgabe in der Rechnung und im Punktebild.“
- „Erkläre, warum dein Punktebild zu deiner Mal-Aufgabe passt.“
- „Notiere die Mal-Aufgabe zu den vorgegebenen Punktebildern.“
- Aufgabe und Tauschaufgabe: „Fällt dir an den Faktoren oder dem Ergebnis der Mal-Aufgabe etwas auf? Erkläre mit den Punktebildern den Unterschied zwischen den beiden Mal-Aufgaben.“
- „Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben.“
- „Ordne den Punktebildern die passenden Ausdrücke zu. Begründe.“
- „Wähle ein Mathe-Wort aus und zeichne dazu ein passendes Punktebild.“

### MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

- „Finde Plus- und Mal-Aufgaben im Punktebild. Kreise ein.“
- „Wie kann ich im Punktebild die Aufgabe  $3 \cdot 4$  sehen? Wo sehe ich dort die Aufgabe  $4 + 4 + 4$ ?“
- Arbeit zu zweit: Punktebild mit dem Malwinkel am Punktefeld legen: „Sucht gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.“
- „Tim sieht  $3 \cdot 4$ , Lisa sieht  $4 \cdot 3$ .“
- „Warum passt die Aufgabe  $3 \cdot 4$  (nicht) zu diesem Punktebild?“
- „Welches Bild passt zur Mal-Aufgabe?“
- „Wie viele Punkte sind es durch Verschieben des Malwinkels mehr oder weniger geworden? Welche Mal-Aufgabe entsteht, wenn ich den Malwinkel eine Zeile nach oben/unten (Spalte nach links/rechts) verschiebe?“

### MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- Hunderterpunktefeld/ Vierhunderterpunktefeld nach der Kraft der 5 eingefärbt. Mit dem Malwinkel wird ein Punktefeld gezeigt: „Welche zwei Punktefelder siehst du in dem Punktefeld, das zur Aufgabe  $4 \cdot 7$  passt?“
- „Verschiebe den Malwinkel auf dem Hunderterpunktefeld. Beschreibe und erkläre die Veränderung des Punktefeldes und der Mal-Aufgabe.“
- „Lege ein Punktebild mit genau 24 Plättchen. Welche Mal-Aufgabe kannst du damit legen?“

### SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- Relevante Sprachmittel
- Impulse zu relevanten Sprachmitteln
- Exemplarischer Sprachspeicher mit relevanten Sprachmitteln, der gemeinsam im Unterricht entwickelt wird
- Lehrkraft als sprachliches Vorbild
- Erweiterungsmöglichkeiten des Sprachspeichers
- Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Punktebildern beschreiben
- Punktebilder verändern, die Veränderung beschreiben und Zusammenhänge begründen

