

# Operationsvorstellungen

## Multiplikation – Würfelbilder

### MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

- **Multiplikative Struktur** in wiederholten Handlungen und räumlichen Anordnungen erkennen.
- Die **Bedeutung der Faktoren** bei gruppierten Darstellungen thematisieren.
- Die Bedeutung der **Tauschaufgabe** durch unterschiedliche Würfelbilder bewusst machen.
- Die Lernenden sollen flexibel zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und diese **Darstellungen** miteinander **vernetzen** können.

### AUSGANGSAUFGABE



Zeichne zu drei Würfeln die Würfelbilder mit gleichen Augenzahlen.

Welche Würfelbilder findest du?

### PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

#### Argumentationskompetenz fördern:

- **Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben:** Würfelbilder sortieren, ergänzen, zueinander in Beziehung setzen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten beschreiben.
- **Vermutungen anstellen:** Anzahl der Augenzahlen eines Würfels mit der Anzahl an Würfelbildern in Beziehung setzen. Vermutung über Zusammenhang zwischen Augenzahlen und Einmaleinsreihen anstellen.
- **Lösungswege, Vorgehensweisen, Vermutungen begründen:** Beschriebene Auffälligkeiten und Vermutungen werden nun begründet. Kinder sollten dazu angeregt werden, Mittel zum Forschen, Skizzen und Material einzusetzen.
- **Vermutungen, Lösungen** und **Aussagen** anderer Kinder in gemeinsamen Phasen **überprüfen** und ggf. durch Beispiele widerlegen.

### SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Sprachmittel und Fachausdrücke** gezielt planen: Welche Sprachmittel sind relevant, um eigene Vorgehensweisen verbalisieren zu können? Gruppensprechweise etablieren.
- **Sprachspeicher**, der Ausdrücke beispielgebunden visualisiert, gemeinsam mit den Lernenden erarbeiten.
- **Ausdrücke einsetzen und erweitern:** Lehrkraft fungiert als sprachliches Vorbild und regt die Lernenden zu **eigenen Sprachproduktionen** an.

### MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- **Zahlraum erweitern:** Durch veränderte Spielwürfel den Zahlraum und die Anzahl der Multiplikationsaufgaben erhöhen.
- **Zusammenhänge verallgemeinern und begründen:** Durch Vernetzung der Darstellung operative Veränderungen in den Blick nehmen und verallgemeinern.



## MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

An Würfelbildern kann sowohl die multiplikative Vorstellung der *Wiederholung* als auch des *Zusammenfassens* verdeutlicht werden. Bei der Übertragung eines Würfelbildes in eine Multiplikationsaufgabe und umgekehrt gilt es folgende Aspekte zu berücksichtigen.

Das Würfeln stellt eine **wiederholte Handlung** dar: „*Ich würfeln 1 mal 4, 2 mal 4, 3 mal 4.*“ Das endgültige Würfelbild hingegen wird **zusammenfassend** betrachtet: „*Ich sehe 3 Vierer.*“

In beiden Darstellungen sollen die Lernenden die **multiplikative Struktur** erkennen.

- Multiplikation als wiederholte Handlung nachspielen: „*Gehe 3 mal zum Regal und bringe jeweils 5 Bücher mit.*“
- Würfelspiele (sammeln einer bestimmten Augenzahl) nutzen, damit zunächst die wiederholte Handlung des Würfeln im Vordergrund steht.
- Das Würfelbild gleicher Augenzahlen aufzeichnen und die gesammelten Augenzahlen sowohl als Additions- als auch als Multiplikationsaufgabe notieren. Somit wird die wiederholte Handlung mit statischen Würfelbildern in Beziehung gesetzt.
- Die Rechnungen können verglichen und die Beziehung zwischen der Addition und der Multiplikation verdeutlicht werden:
  - additiv:  $4 + 4 + 4$
  - multiplikativ:  $3 \cdot 4$→ Multiplikation als verkürzte Schreibweise der Addition.
- „*Wie findet man die passende Mal-Aufgabe zur Plus-Aufgabe?*“
- Stellungnahme zur Behauptung: „*Zu jeder Mal-Aufgabe kann eine passende Plus-Aufgabe gefunden werden.*“ (und umgekehrt)
- Übung: Zu statischen Würfelbildern die Additions- und Multiplikationsaufgabe notieren

Berechne die Anzahl der Punkte mit einer Mal-Aufgabe und einer Plus-Aufgabe.



Mal-Aufgabe:

Mal-Aufgabe:

Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

Plus-Aufgabe:

Plus-Aufgabe:

Plus-Aufgabe:

\_\_\_\_\_



Mal-Aufgabe:

Mal-Aufgabe:

Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

Plus-Aufgabe:

Plus-Aufgabe:

Plus-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

*Mathe sicher können, Baustein N4A*

Bei der gruppierten Darstellung der Multiplikation haben die erste und zweite Zahl verschiedene Bedeutungen, die mit den Lernenden thematisiert werden sollten: Die erste Zahl lässt sich als Anzahl der Würfel ablesen, die zweite Zahl gibt hingegen die Augenzahl der Würfel an. Daher soll die **Bedeutung der Faktoren** bei gruppierten Darstellungen thematisiert werden.



- Die Rolle der Faktoren verdeutlichen:
  - Die Augenzahl ist auf dem Würfel ablesbar.
  - Die Anzahl der Würfel muss erfasst werden.
- Bewusst die unterschiedlichen Würfelbilder der Tauschaufgaben thematisieren: „*Lege die Würfelbilder zu  $3 \cdot 4$  und  $4 \cdot 3$ . Was fällt dir auf?*“



Die Lernenden sollen bei der Betrachtung des Würfelbildes die 4 (Augenzahl der Würfel) und die 3 (Anzahl der Würfel) nicht nur als Einzelemente wahrnehmen und diese lediglich durch einen Malpunkt miteinander verbinden, sondern sich die **Bedeutung von Aufgabe und Tauschaufgabe** durch unterschiedliche Würfelbilder bewusst machen.

- Die Gruppenbildung kann sprachlich durch die Gruppensprechweise („*drei Vierer*“) hervorgehoben werden und unterstützt die Lernenden somit in ihrer Vorstellungsentwicklung.
- Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen (materialgestützt) verdeutlichen.

<p>(1)</p>	<p>(2)</p>	<p>(3)</p>
<p>So beschreibst du Gruppen:</p> <p style="color: blue;">Ich sehe drei Würfel, jeder hat 6 Punkte. Das sind drei 6er-Würfel</p>	<p style="color: blue;">Ich sehe</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p style="color: blue;">Ich sehe</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
<p>Mal-Aufgabe:</p> <p>_____</p>	<p>Mal-Aufgabe:</p> <p>_____</p>	<p>Mal-Aufgabe:</p> <p>_____</p>

*Mathe sicher können, Baustein N4A*

Die Lernenden sollen flexibel zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und diese **Darstellungen** miteinander **vernetzen** können.

- Arbeit in Zweiertteams: Ein Kind legt mehrere Würfel mit gleicher Augenzahl, das andere Kind nennt die passende Malaufgabe (bzw. ein Kind nennt eine Malaufgabe, das andere Kind legt das passende Würfelbild).

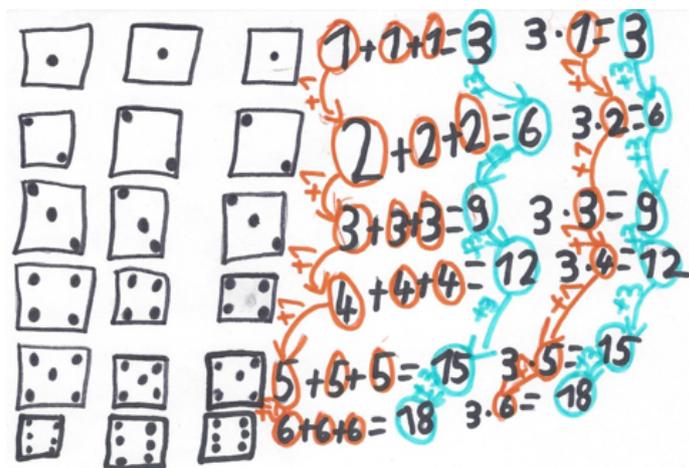
### PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Durch eine Veränderung der Augenzahlen oder eine veränderte Anzahl an Würfeln ergeben sich unterschiedliche Würfelbilder, die das Bilden verschiedener Multiplikationsaufgaben zulassen. Darstellungen können sortiert, ergänzt und miteinander in Beziehung gesetzt werden. Neben dem Beschreiben sollte auch das Vermuten, das Begründen und das Überprüfen angeregt werden, um die Argumentationskompetenz zu fördern.



**Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben:** Würfelbilder sortieren, ergänzen, zueinander in Beziehung setzen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten beschreiben.

- Alle möglichen Würfelbilder zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln zeichnen: „Zeichne zu 3 Würfeln mit gleichen Augenzahlen die Würfelbilder.“
- Gefundene Würfelbilder sortieren und ggf. fehlende ergänzen: „Sortiere die Würfelbilder der Größe nach.“ „Hast du alle Würfelbilder gefunden?“
- Würfelbilder zueinander in Beziehung setzen und mit Mitteln zum Forschen markieren. „Was fällt dir an den Augenzahlen der Würfelbilder auf?“
- Passende Rechenaufgaben (Malaufgaben und/oder Plusaufgaben) zueinander in Beziehung setzen und mündlich oder schriftlich beschreiben: „Was fällt dir an den Zahlen der Mal-Aufgaben auf?“ „Was fällt dir an den Zahlen der Plus-Aufgaben auf?“ „Welche Gemeinsamkeiten entdeckst du?“
- Gemeinsamkeiten/Unterschiede mit Mitteln zum Forschen markieren: „Markiere deine Entdeckungen mit Mitteln zum Forschen.“



**Vermutungen anstellen:** Anzahl der Augenzahlen eines Würfels mit der Anzahl an Würfelbildern in Beziehung setzen. Vermutung über Zusammenhang zwischen Augenzahlen und Einmaleinsreihen anstellen.

- Vermutungen zur Anzahl an Würfelbildern äußern: „Vermute: Wie viele Würfelbilder findest du, wenn du 4 Würfel mit gleicher Augenzahl benutzt?“
- Vermutungen zu Malaufgaben bei veränderter Anzahl an Würfeln anstellen: „Vermute: Wie verändert sich das Ergebnis der Mal-Aufgaben bei 4 Würfeln mit gleicher Augenzahl?“
- Schriftliche oder mündliche Vermutungen durch einen angelegten Sprachspeicher und mögliche Satzphrasen unterstützen: „Nutze den Sprachspeicher, um den anderen Kindern deine Vermutung zu beschreiben.“
- Die Lehrkraft kann Kinder auch in Kleingruppen dazu anregen, sich mündlich auszutauschen und sich ihre Vermutungen gegenseitig zu beschreiben und zu erklären.

Meine Vermutung  
Bei vier Würfeln wird das  
ergebnis um 4 größer, weil  
es vierwürfel sind. Es ist  
ungefähr die viererreihe.

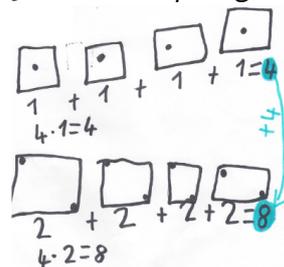
**Lösungswege, Vorgehensweisen, Vermutungen begründen:** Beschriebene Auffälligkeiten und Vermutungen werden begründet. Kinder sollten dazu angeregt werden, Mittel zum Forschen, Skizzen und Material einzusetzen.

- Alle Würfelbilder zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln finden und die eigenen Lösungswege/Vorgehensweisen begründen: „Finde alle Würfelbilder mit 3 (mit 4, mit 5, ...) Würfeln. Begründe, warum du alle gefunden hast.“
- Eigene oder auch fremde Vermutungen werden zunächst beschrieben und anschließend mithilfe von Mitteln zum Forschen, Skizzen, Legematerial, etc. begründet: „Mila würfelt mit vier Würfeln. Sie würfelt nur Zweier. Danach würfelt sie nur Dreier. Vermute: Wie verändert sich das Ergebnis der Mal-Aufgabe? Begründe, warum es sich so verändert.“
  - Die Lernenden haben die Möglichkeit zur Unterstützung ihrer Begründung Würfelbilder zu zeichnen, Würfelbilder mit Würfelkarten zu legen, Malaufgaben zu notieren, Malaufgaben mit Plättchen zu legen und an der gewählten Darstellung Veränderungen zu beschreiben und zu begründen.

Die zweite Zahl in der Malaufgabe wird um 1 größer. Weil das 4 mal passiert wird das Ergebnis um 4 größer.

**Vermutungen, Lösungen, Aussagen überprüfen:** Kinder vollziehen die Lösungen, Aussagen und Vermutungen von sich und anderen Kindern nach und überprüfen Aussagen anderer. Ggf. werden die Aussagen durch Gegenbeispiele oder Erklärungen widerlegt.

- Eigene Vermutungen, Lösungswege und Aussagen für andere Kinder übersichtlich darstellen, so dass die anderen Kinder es nachvollziehen können: „Stelle deinen Lösungsweg (z. B. zu der Aufgabe alle Würfelbilder zu einer bestimmten Würfelanzahl zu finden) mit Mitteln zum Forschen und Beispielen für die anderen Kinder übersichtlich dar.“ „Präsentiere den anderen Kindern deinen Lösungsweg.“
- Vermutungen und Aussagen anderer Kinder (auch fiktive Beispiele möglich) sammeln und in Einzelarbeit oder in Kleingruppen überprüfen und bestätigen oder widerlegen: „Julia behauptet: ‚Bei 4 Würfeln wird das Ergebnis um 4 größer, weil es 4 Würfel sind. Also ungefähr die Vierer-Reihe.‘ Stimmt Julias Behauptung?“



## SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

Die Darstellung von Multiplikationsaufgaben in Würfelbildern fördert sowohl die wiederholende als auch die zusammenfassende Grundvorstellung der Multiplikation als Vielfachheit von Gruppen gleicher Größe. Dabei gibt die erste Zahl die Anzahl an Würfeln und die zweite Zahl die Anzahl an Punkten auf den Würfeln an. Es ist wichtig, diesen Zusammenhang auch sprachlich auszudrücken, um ein Verständnis für die Multiplikation als Vielfachheit von Gruppen gleicher Größe entwickeln zu können. Daher kommt der **Gruppensprechweise** eine zentrale Bedeutung zu: „Ich sehe 3 Vierer.“

**Lehrkraftsprache - Sprachmittel und Fachausdrücke gezielt planen:** Die Lehrkraft sollte im Vorfeld überlegen, **welche Sprachmittel relevant sind**, um über die Darstellung von Multiplikationsaufgaben in Würfelbildern sprechen zu können und eine Vorstellung zur Multiplikation als Wiederholen (Tätigkeiten gleichen Umfangs werden wiederholt ausgeführt) und Zusammenfassen (Anzahlen gleicher Größe werden gruppiert) zu entwickeln. Außerdem sollte mitgedacht werden, wie sprachliche Beschreibungen und Begründungen durch **Mittel zum Forschen und Handlungen am Material** gezielt unterstützt werden können. Es ist zentral, sich im Vorhinein Gedanken darüber zu machen, welche **Herausforderungen bei den Lernenden erwartet** werden können und wie der genaue Einsatz der Sprache durch die Kinder im Unterricht aussehen kann. Hierbei kann es hilfreich sein, sich vorab **Gedanken über konkrete Impulse** zu machen. Diese Impulse sind vor allem dann von großer Bedeutung, wenn Kinder mit Hilfe von Alltagssprache mathematische Entdeckungen beschreiben. Diese Aussagen sind häufig nicht falsch, sondern einfach noch nicht in Unterrichtssprache ausgedrückt. An dieser Stelle ist es die Aufgabe der Lehrkraft die Äußerungen der Kinder aufzugreifen und ihnen dann durch eine fachsprachlich korrekte Einordnung eine alternative Formulierung anzubieten (sprachliches Korrektiv) und diese Ausdrücke auch zu verschriftlichen. Dabei ist wiederum die **parallele Einbindung des Materials** bzw. der Darstellung zentral, da nur so alle Kinder die Möglichkeit haben, der Formulierung der Lehrkraft zu folgen.

### Mögliche Sprachmittel, Materialhandlungen und Impulse:

- Sprechweise einer sich wiederholenden Tätigkeit gleichen Umfangs: *Ich habe ... mal eine ... gewürfelt.*

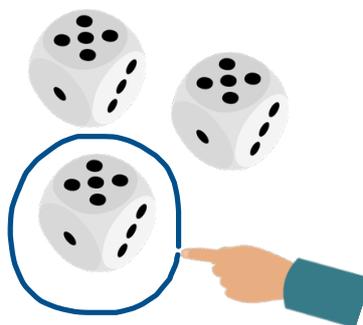
Die Lehrkraft legt nacheinander jeweils einen Würfel hin:



Ich habe dreimal die gleiche Augenzahl gewürfelt.  
einmal fünf, zweimal fünf, dreimal fünf.  
Das sind 3 Fünfer.

- Gruppensprechweise: *4 Fünfer, ...*

Die Lehrkraft umkreist und zeigt jeweils eines der sich wiederholenden Würfelbilder, z. B. Fünfer. Durch die Verknüpfung von Sprache und Zeigegeste, können die Lernenden die Ausdrücke zunehmend verinnerlichen und sehen, wie sie die Gruppensprechweise in den eigenen Wortschatz integrieren können.



Dreimal die gleiche Augenzahl.  
1 Fünfer,  
2 Fünfer,  
3 Fünfer.  
3 mal die Fünf.  
Das sind 3 Fünfer.

### Sprachspeicher - Sprachmittel und Fachausdrücke gezielt planen:

In einem gemeinsam erarbeiteten Sprachspeicher werden relevante Ausdrücke zur Beschreibung und Erklärung von Multiplikationsaufgaben in Würfelbildern aufgegriffen, veranschaulicht und vernetzt:



## Exemplarischer Sprachspeicher:

Hinweis: Hierbei handelt es sich um einen exemplarischen Sprachspeicher. Grundsätzlich sollten Sprachspeicher immer gemeinsam mit den Lernenden im Unterricht erarbeitet werden. Je nach sprachlichen Vorerfahrungen der Lernenden sollten differenzierte Sprachspeicher zur Unterstützung eingesetzt werden.

**Multiplikation  
- Würfelbilder -**

$4 \cdot 5$

Wie viele Würfel sind es?      Welche Augenzahl zeigt jeder Würfel?

die Augenzahl

Vier mal die gleiche Augenzahl.

Vier mal die Fünf

Das sind vier Fünfer.

Insgesamt sind es 20 Punkte

Detailed description: The diagram illustrates the multiplication 4 · 5 using dice. At the top, the equation 4 · 5 is shown. Below it are two questions: 'Wie viele Würfel sind es?' (How many dice are there?) and 'Welche Augenzahl zeigt jeder Würfel?' (Which number does each die show?). In the center, four dice are arranged in a cluster, each showing a five. An arrow points to one of the dice with the label 'die Augenzahl'. Surrounding the dice are several speech bubbles containing phrases: 'Vier mal die gleiche Augenzahl.', 'Vier mal die Fünf', 'Das sind vier Fünfer.', and 'Insgesamt sind es 20 Punkte'. A small cartoon character is in the top right corner.

### Relevante Ausdrücke – Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zahlen und Aufgaben verbalisieren:

- Das Zählen in Bündeln oder Bilden gleichgroßer Gruppen ist ein zentrales Element für den Vorstellungsaufbau der Multiplikation. Die Gruppensprechweise unterstützt Lernende nicht nur im Gespräch über die Multiplikation mit Würfelbildern, sondern ist für das inhaltliche Verständnis essenziell. Hierfür benötigen die Lernenden Ausdrücke wie „4 Fünfer“ oder „4 mal die gleiche Augenzahl“/„4 mal die Fünf“, mit denen die Anzahl und Mächtigkeit gleich großer Gruppen versprachlicht wird.

### Tipps zum Einsatz von Sprachspeichern:

- Wenn (einzelne) Kinder noch nicht über ausreichende Lesekompetenzen verfügen, kann es sinnvoll sein, den Sprachspeicher durch Audiodateien zu ergänzen. Hierzu können entweder QR-Codes neben den entsprechenden Ausdrücken abgedruckt werden, welche die Lernenden mit dem Tablet abschnappen und sich den Ausdruck oder dessen Sprechweise dann anhören können. Alternativ kann eine digitale Version des Sprachspeichers genutzt werden, wo Audiodateien in einer PowerPoint-Datei oder online mit Hilfe von H5P direkt integriert und abgespielt werden können.
- Der zusätzliche Einsatz einer visuell gestützten Wörterliste, vor allem für Kinder, die noch nicht über ausreichende Deutschkenntnisse verfügen, kann im Sinne der Sprachförderung sinnvoll sein.

### Darstellungen vernetzen:

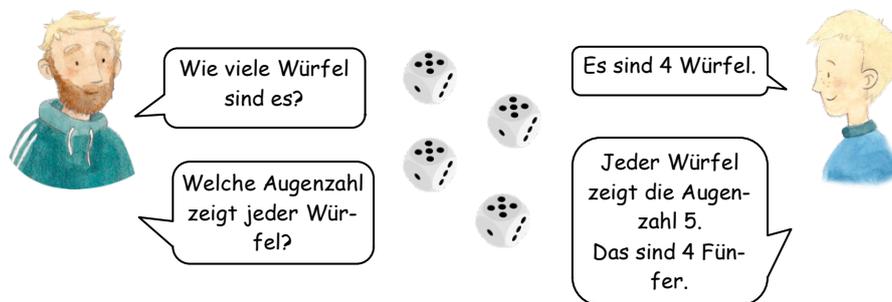
- Die Darstellung in Würfelbildern und die symbolische Darstellung ( $4 \cdot 5$ ) werden nicht nur gewechselt, sondern auch sprachlich aufeinander bezogen: „Ich sehe 4 Würfel. Es sind immer 5.“ Oder „Ich sehe 4 mal die gleiche Augenzahl. 4 mal die Fünf. Das sind 4 mal Fünf.“
- Der exemplarische Sprachspeicher enthält zudem eine beispielhafte Formulierung, auf die Lernende in der Versprachlichung von Multiplikationsaufgaben zurückgreifen

können. Die Gruppengröße, die Anzahl der sich wiederholenden Gruppen und das Ergebnis sollten sichtbar sein: „4 Fünfer sind zusammen 20 Punkte.“

**Sprachspeicher einsetzen und erweitern:** Der Sprachspeicher sollte immer wieder gezielt im Unterricht eingesetzt werden und ggf. um weitere relevante Ausdrücke erweitert werden. So sollen die Lernenden zu eigenen Sprachproduktionen angeregt werden, um zunehmend vertiefere Einsichten in multiplikative Strukturen zu gewinnen und diese angemessen ausdrücken zu können.

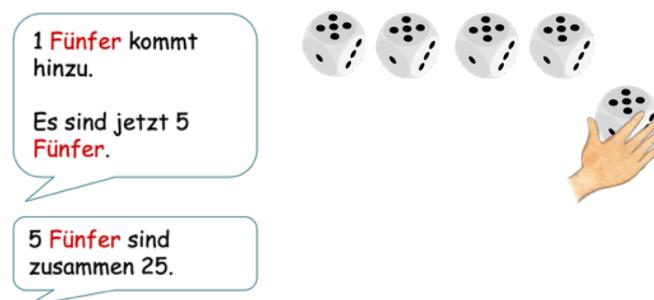
### Sprachspeicher gezielt einsetzen:

- Die im Sprachspeicher enthaltenen Sprachmittel sind für die Lernenden erst dann besonders hilfreich, wenn sie regelmäßig im Unterricht aufgegriffen werden: Sprachspeicher müssen nicht nur gemeinsam entwickelt, sondern auch anschließend „gelebt“ werden.
- Hierzu kann die Lehrkraft durch gezielte Impulse dazu anregen, Darstellungen an Würfelbildern konkret zu beschreiben und gleichzeitig auch auf die Gruppensprechweise zurückzugreifen.



### Relevante Ausdrücke – Sprachspeicher erweitern:

- Im weiteren Verlauf des Unterrichts kann und sollte der Sprachspeicher gemeinsam um weitere Inhalte ergänzt werden. Beispielsweise können Aufgabenbeziehungen in den Blick genommen, am Material handelnd veranschaulicht und dabei sprachlich begleitet werden. „1 Fünfer kommt hinzu“ bzw. „1 Fünfer wird weggenommen“



### Lernende zu eigenen Sprachproduktionen anregen:

- Kartei „Was? Wie? Warum?“: Karteikarte Nr. 3 „Zusammenhänge beschreiben“ hält Impulse und Unterstützungsmöglichkeiten bereit, um über Zusammenhänge in Würfeldarstellungen zu sprechen:



## Zusammenhänge beschreiben

Eigene Beschreibungen vornehmen

3

**Anlass: Analogieaufgaben**

Vergleiche.  
Was ist gleich, was ist verschieden?

**Anlass: Rechenstrich**

### Ziel der Beschreibung von Zusammenhängen

Nicht allen Kindern sind mathematische Zusammenhänge (z. B. zwischen Aufgaben und Darstellungen) unmittelbar bewusst. Daher ist es wichtig, sie sichtbar zu machen, um ...

- sie als Rechenvorteile nutzbar zu machen.
- bereits Gesichertes in neuen Kontexten, Darstellungen etc. zu erkennen.
- langfristiges Lernen transparent zu machen („Das kenne ich schon!“, „Das brauche ich immer wieder!“)

### Beispielhafte Impulse

- Zeige das, was gleich ist.
- Was verändert sich vom einen zum anderen? (z. B. „Was kommt zu  $5 + 4$  hinzu?“)
- Wo steckt das eine im anderen? (z. B. „Wo siehst du die einfache Aufgabe in der schwierigen Aufgabe?“)
- (Wie) Kannst du das eine für das andere nutzen? (z. B. „Wenn 50 die Mitte zwischen 0 und 100 ist, was heißt das für den zweiten Rechenstrich?“)
- Stelle die Aufgabe(n) mit Material dar und zeige die Veränderung! (z. B. „Mache aus der Aufgabe  $4 + 5$  die neue Aufgabe.“)

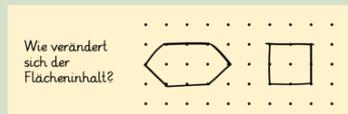
## Zusammenhänge beschreiben

Eigene Beschreibungen vornehmen

3

### Unterstützungsangebote für das Beschreiben von Zusammenhängen

- das Gemeinsame in den Fokus rücken, z. B. mit Gesten verdeutlichen, mit einem Stift farblich kennzeichnen
- den Unterschied in den Fokus rücken, z. B. farblich hervorheben, mit Pfeilen markieren
- die Veränderung mit Material (nach-)vollziehen, z. B. „Aus ... wird ...“ oder „Aus ... mache ...“



### Wichtiges

Das Beschreiben von Zusammenhängen schafft auch Begründungsanlässe („Warum ist das so?“).

Das „Eine“ in dem „Anderen“ wahrzunehmen, kann sehr verschieden sein, z. B.:

- die „einfache“ Aufgabe in der „schwierigen“
- die vorherige Zahl/Aufgabe in der nachfolgenden
- das „Kleine“ in dem „Großen“
- das „bereits Bekannte“ in dem „Neuen“
- das „Äußere“ im „Inneren“ etc.

### Weitere Anlässe für das Beschreiben von Zusammenhängen

Zusammenhänge in Aufgabenserien betrachten, z. B. in ...

- schönen Päckchen
- Zahlenmauern
- Rechendreiecken

Zahlbeziehungen betrachten, z. B. ...

- Zahlen verdoppeln und halbieren
- Teiler einer Zahl
- Zahlerlegungen

Zusammenhänge von/in Darstellungen betrachten, z. B. ...

- in Wimmelbildern Aufgaben hineinsehen
- Informationen von Säulendiagramm und Tabelle aufeinander beziehen

Zusammenhänge als strategisches Werkzeug nutzen, z. B. ...

- Veränderungen von Würfelgebäuden durch Umlegen eines Würfels
- Erkennen von Gemeinsamkeiten bei verschiedenen Streichholzvierlingen mit dem Ziel, ein Holz zu versetzen

Die Streichholz-Vierlinge stimmen in 3 Holzern überein.



### Impulse für die Lehrkraft könnten sein:

- *Zeige und beschreibe, was gleich ist.*
- *Was verändert sich vom linken zum rechten Bild?*
- *Wie viele Punkte sind in einer Reihe? Wie viele Reihen sind es?*
- *Ich sehe in beiden Bildern 4 Reihen. Ist es dieselbe Malaufgabe?*

## MATHESTÄRKEN FÖRDERN

Die Auseinandersetzung mit „Würfelbildern“ ermöglicht den Kindern den Aufbau des Operationsverständnisses der Multiplikation. Des Weiteren können die Kinder durch Veränderungen der Würfelbilder und der Würfelanzahlen Entdeckungen über Zusammenhänge zwischen Multiplikationsaufgaben (z. B. Tauschaufgaben) machen und diese im Sinne der prozessbezogenen Kompetenzen materialgestützt begründen. So zeigt sich, welche Zusammenhänge die Kinder bereits erkennen, ob sie Mittel zum Forschen nutzen, ihre Entdeckungen darstellen und/oder versprachlichen können und inwiefern sie in der Lage sind, ihre

Entdeckungen materialgestützt begründen zu können. Im Folgenden werden weiterführende Aufgaben zu „Würfelbildern“ vorgestellt.

**Zahlraum erweitern:** Durch veränderte Spielwürfel den Zahlraum und die Anzahl der Multiplikationsaufgaben erhöhen.

- Auf dem 6-flächigen Würfel können anstatt der Zahlen von 1 bis 6 größere Zahlen notiert werden (z. B. 5 bis 10). Ebenso können Spielwürfel mit z. B. 8, 10 oder 12 Flächen zum Einsatz kommen. Im größeren Zahlraum können nun mögliche multiplikative Würfelbilder ermittelt werden.



**Zusammenhänge verallgemeinern und begründen:** Durch Vernetzung der Darstellung operative Veränderungen in den Blick nehmen und verallgemeinern.

- Entdeckungen von operativen Veränderungen wie: „Wenn bei 3 Würfeln die Augenzahl jeweils um 1 größer wird, dann erhöht sich das Ergebnis um 3.“ können die Kinder z. B. am Punktefeld erklären.
- Kinder können durch die Aufgabe „Kann das stimmen? Begründe.“ noch stärker zum Argumentieren und Begründen angeregt werden, indem sie Aussagen überprüfen, begründen und ggf. widerlegen.
  - *Das kleinste Ergebnis, das man mit 4 Würfeln erhalten kann, ist 4.*
  - *Das größte Ergebnis, das man mit 3 Würfeln erhalten kann, ist 15.*
  - *Bei vier Würfeln gibt es zu dem Ergebnis 12 genau vier verschiedene Möglichkeiten.*
  - *Finde Würfelbilder zur Zahl ... . Begründe, warum es alle sind.*

#### LITERATUR

- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. Berlin: Cornelsen.

#### LINKS

- [Mathe sicher können: Material primar - natürliche Zahlen - Operationsverständnis](#)
- [PIKAS: Unterricht - Zahlen und Operationen - Zahlraum bis 100 - Multiplikation verstehen](#)
- [Mahiko: 100er-Raum - Multiplikation verstehen](#)



## Ausgangsaufgabe:

Zeichne zu drei Würfeln die Würfelbilder mit gleichen Augenzahlen. Welche Würfelbilder findest du?



Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig.

### PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- Alle möglichen Würfelbilder zu einer vorgegebenen Anzahl an Würfeln zeichnen: „Zeichne zu 3 Würfeln mit gleichen Augenzahlen die Würfelbilder.“
- Gefundene Würfelbilder sortieren und ggf. fehlende ergänzen: „Sortiere die Würfelbilder der Größe nach.“ „Hast du alle Würfelbilder gefunden?“
- Würfelbilder zueinander in Beziehung setzen und mit Mitteln zum Forschen markieren. „Fällt dir an den Augenzahlen der Würfelbilder etwas auf?“
- Passende Rechenaufgaben (Malaufgaben und/oder Plusaufgaben) zueinander in Beziehung setzen und mündlich oder schriftlich beschreiben: „Fällt dir an den Faktoren der Mal-Aufgaben etwas auf?“ „Fällt dir an den Summanden der Plus-Aufgaben etwas auf?“ „Fällt dir an den Ergebnissen der Rechenaufgaben etwas auf?“
- Gemeinsamkeiten/Unterschiede mit Mitteln zum Forschen markieren: „Markiere deine Entdeckungen mit Mitteln zum Forschen.“

### MATHESCHWIERIGKEITEN ÜBERPRÜFEN UND BEGEGNEN

- „Gehe 3 mal zum Regal und bringe jeweils 5 Bücher mit.“
- „Wie findet man die passende Mal-Aufgabe zur Plus-Aufgabe?“
- Zu jeder Mal-Aufgabe kann eine passende Plus-Aufgabe gefunden werden.“
- Übung: Zu statischen Würfelbildern die Additions- und Multiplikationsaufgabe notieren.
- „Lege die Würfelbilder zu  $3 \cdot 4$  und  $4 \cdot 3$ . Was fällt dir auf?“

### MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- Kinder können durch die Aufgabenform „Kann das stimmen? Begründe.“ noch stärker zum Argumentieren und Begründen angeregt werden, indem sie Aussagen überprüfen, begründen und ggf. widerlegen.
- „Das kleinste Ergebnis, das man mit 4 Würfeln erhalten kann, ist 4.“
- „Das größte Ergebnis, das man mit 3 Würfeln erhalten kann, ist 15.“
- „Bei vier Würfeln gibt es zu dem Ergebnis 12 genau vier verschiedene Möglichkeiten.“
- „Finde Würfelbilder zur Zahl ... . Begründe, warum es alle sind.“
- „Paul wirft mit 5 Würfeln einen Dreier- und einen Zweierpasch. Er erhält als Gesamt-Augensumme 24. Welche Augenzahlen zeigen die 5 Würfel? Gibt es verschiedene Möglichkeiten?“

### SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- Relevante Sprachmittel
- Impulse zu relevanten Sprachmitteln
- Exemplarischer Sprachspeicher mit relevanten Sprachmitteln, der gemeinsam im Unterricht entwickelt wird
- Lehrkraft als sprachliches Vorbild
- Erweiterungsmöglichkeiten des Sprachspeichers
- Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Würfeldarstellungen beschreiben
- Würfeldarstellungen verändern, die Veränderung beschreiben und Zusammenhänge begründen

