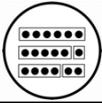


ZAHLVERSTÄNDNIS ANFANGS- UNTERRICHT – Zahlzerlegung



MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

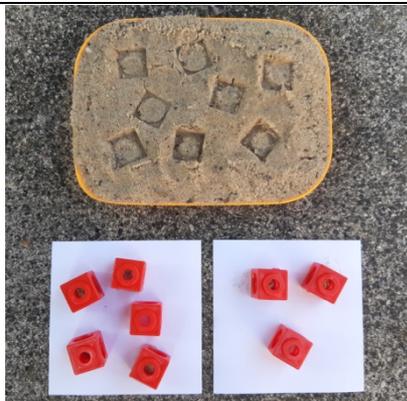
- Das **Teil-Ganzes-Verständnis** entwickeln und Sicherheit im Umgang mit **Mengen als Zahlzusammensetzung** gewinnen.
- Materialgestützt entdecken, dass Zahlen auf vielfältige Weise aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind und die **Vielfalt der Zahlzerlegungen begreifen**.
- Ausgehend vom unsystematischen Vorgehen eine **Systematik in die Vielfalt der Zahlzerlegungen** bringen und das **Prinzip der gegenseitigen Veränderung** erkennen und nutzen.

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Problemlösen/kreativ sein:

- **Erschließen:** Wichtige Begriffe klären, einer Problemstellung relevante Informationen entnehmen und in eigenen Worten wiedergeben;
- **Lösen:** Eigenständig und zunehmend systematisch und zielorientiert verschiedene Zerlegungen finden
- **Reflektieren und Überprüfen:** Ergebnisse auf Angemessenheit überprüfen; Lösungswege vergleichen
- **Übertragen und Erfinden:** Vorgehensweisen auf weitere Zahlen übertragen; allgemeine Aussagen zu ungeraden und geraden Zahlen treffen; Aufgaben (in Anlehnung an die Ausgangsaufgabe) erfinden

AUSGANGSAUFGABE



Finde (geschickt) verschiedene Möglichkeiten die Zahl zu zerlegen.

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Wortspeicherarbeit** und **Einschleifübungen:** Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung zur Entwicklung und Versprachlichung eines vorzahligen Teil-Ganzes Verständnis.
- **Ganzheitliche Übungen** und **Eigenproduktionen:** Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers eigene Zerlegungshandlungen sprachlich begleiten, die Versprachlichung einer systematischen Zerlegung vornehmen und Vermutungen über Anzahl der Zerlegungen einer Zahl vornehmen.

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- **Tiefer** – Mit Begründungen und Darstellungswechseln wird die Grundaufgabe tiefergehend thematisiert.
- **Eher** – Durch größere Zahlen wird die Aufgabe in einem größeren Zahlenraum erarbeitet.
- **Mehr** – Die Übertragung der Erkenntnisse auf das Zerlegen in produktiven Übungsformaten mit mehr als 2 Summanden oder auf den Größenbereich Geld weckt durch die höhere kognitive Herausforderung größeres Interesse.



MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

Die Kinder sollen ein Teil-Ganzes-Verständnis entwickeln und dafür zunächst Mengen als Zahlzusammensetzung begreifen und in einem nächsten Schritt ein Verständnis für die Vielfalt möglicher Zahlzusammensetzungen entwickeln und Beziehungen zwischen diesen erkennen. Dabei kann es zunächst schwierig sein, sich eine Zahl als Zusammensetzung aus anderen Zahlen vorzustellen, wobei die Gesamtanzahl bestehen bleibt. Ein materialgestützter und sprachlich begleiteter Zugang ist daher wichtig, um eine Vorstellung der Zerlegbarkeit von Zahlen aufzubauen.

Das **Teil-Ganzes-Verständnis** entwickeln und Sicherheit im Umgang mit **Mengen als Zahlzusammensetzung** gewinnen.

- Voraussetzungen sind ein kardinales Zahlverständnis sowie die Klärung des Begriffs „Zerlegung“ im mathematischen Kontext.
- Aktivitäten zur Förderung der Einsicht, dass die Gesamtanzahl bestehen bleibt und lediglich die Zerlegung/Aufteilung variiert: Betonung der Gesamtmenge und deren Zerlegung in zwei Portionen.
- Freies Experimentieren mit Alltagsgegenständen: „Wie kann man diese Menge (Holzwürfel, Muscheln, o.ä.) in zwei Portionen aufteilen?“ „Nimm dir 8 Plättchen und lege sie in zwei Portionen auf den Tisch.“
- Zahlzerlegungen können materialgestützt veranschaulicht werden:
 - Steckwürfelstangen zerlegen
 - Wendeplättchen umdrehen
 - Stift an einer Zehnerreihe verschieben
 - Fingerdarstellung (Zahlen von 6 bis 10)
 - Kugeln an der Kugelkette verschieben
 - Schüttelbox
 - App ‚Rechentablett‘ „Lege 8 Plättchen in das linke Feld. Verschiebe nach und nach ein Plättchen in das rechte Feld. Wie verändern sich die Zahlen in Feldern?“ <https://www.lernsoftware-mathematik.de/?p=1331>
- Wichtig: Mathesprache handlungsbegleitend verwenden, um die Verstehensprozesse zu unterstützen „Ich zerlege 8 in 5 und 3.“
- Kinder finden unsystematisch/probierend verschiedene Zerlegungen und notieren diese (Notationsweise mit den Kindern besprechen).
- ggf. Sprechweise für das Ergänzen anbahnen: „Insgesamt sollen es 8 sein. Wenn ich schon 5 habe, wie viele fehlen noch, damit es zusammen 8 sind?“

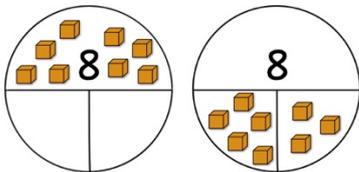
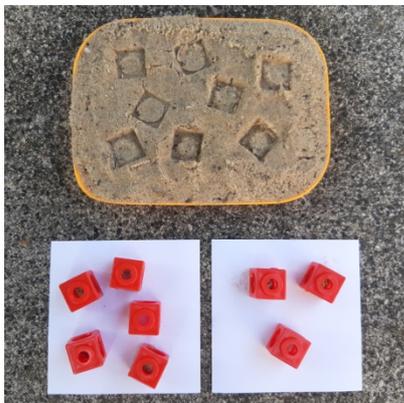
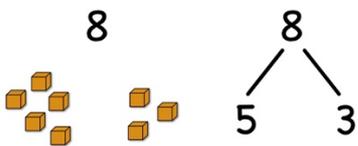
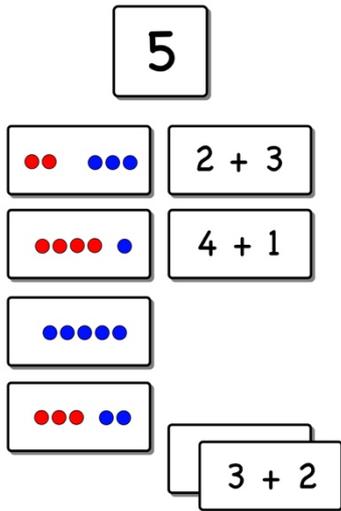


Abb.: Teller dreigeteilt



- allmähliche Verinnerlichung der Materialhandlung durch (teilweise) verdeckte Materialhandlung: 8 Holzwürfel werden mit einem Tuch abgedeckt, 3 Holzwürfel werden unter dem Tuch hervorgeholt.
„Wie viele Holzwürfel sind noch unter dem Tuch?“, „Was verändert sich, wenn ich noch einen Würfel unter dem Tuch hervorhole?“, „Wo ist es mehr/weniger geworden?“

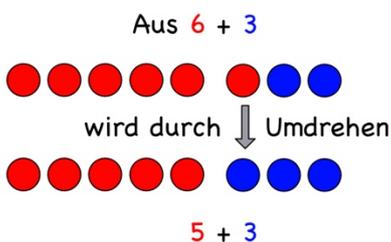
Materialgestützt entdecken, dass Zahlen auf vielfältige Weise aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind und die **Vielfalt der Zahlzerlegungen begreifen**.



- „Finde verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten.“
- Gesprächsanlass: „Zählen 3 und 5 sowie 5 und 3 überhaupt als zwei verschiedene Zerlegungen? Ist 8 und 0 auch eine Zerlegung?“
- Übung: Zahlenkarten (Zahlen bis 10) und Zerlegungskarten (symbolisch, ikonisch) zuordnen (bspw. als Spiel: Paare finden, Domino, Passt/Passt nicht usw.)
 - Hinweis: Darstellung auf den Karten an das im Unterricht verwendete Anschauungsmaterial anpassen (Schüttelbox, Kugellkette, Stift an Zehnerreihe, Steckwürfel, o.ä.)
 - Wichtig: Begründung einfordern, warum die Karten zusammenpassen.
 - * eigene Karten erstellen
- Spiele zur Zahlzerlegung: bspw. Halli Galli, I sea ten, Bärenschlau
- Weitere Übungsanregungen unter pikas-mi.dzlm.de/424

Ausgehend vom unsystematischen Vorgehen eine **Systematik in die Vielfalt der Zahlzerlegungen** bringen und das **Prinzip der gegenseitigen Veränderung** erkennen und nutzen.

- Das systematische Finden von Zahlzerlegungen lässt sich materialgestützt verdeutlichen durch das:
 - Umdrehen von Wendeplättchen
 - Verschieben von Kugeln
 - Verschieben des Stiftes
 - Bewegen/Klappen von Fingern usw.
- Wendeplättchen eignen sich gut, um das Prinzip der gegenseitigen Veränderung zu entdecken, da die jeweilige Zerlegung farblich zu sehen ist und anschaulich deutlich wird, dass die Anzahl der roten Plättchen schrittweise ab und die der blauen Plättchen entsprechend zunimmt, während die Gesamtmenge gleich bleibt.
- Strukturelle Beziehungen zwischen Zerlegungsaufgaben sollen beschrieben werden: „Da ist eins weniger, dort ist eins mehr.“ „Der erste Summand wird um eins kleiner und der zweite Summand wird um eins größer.“ (sprachliche Unterstützung durch Wortspeicher)
- „Wie viele verschiedene Zerlegungen findest du?“



- Ordnen von Zerlegungen
- (systematische) Dokumentation der Zerlegungen z. B. im Zerlegungs-
haus

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Die Aufgabe geschickt verschiedene Zerlegungen zu einer beliebigen oder einer vorgegebenen Zahl zu finden, bietet den Kindern die Möglichkeit, individuelle Lösungswege und Strategien zu entwickeln und anzuwenden. Während einzelne Kinder unsystematisch, probierend eine Zerlegung finden, gehen andere Kinder womöglich bereits systematisch vor, indem sie Wendeplättchen nutzen und einzeln umdrehen oder eine „Steckwürfelstange“ schrittweise um einen Würfel mehr zerlegen. Da die Aufgabe den Kindern die Möglichkeit gibt, verschiedene Vorgehensweisen auf unterschiedlichen Niveaus zu entwickeln und das Problem oder Teile des Problems zu lösen, handelt es sich um eine Problemlöseaufgabe, mit deren Hilfe die Problemlösekompetenz bereits in der ersten Jahrgangsstufe gefördert werden kann.

Erschließen:

Wichtige Begriffe klären, einer Problemstellung relevante Informationen entnehmen und in eigenen Worten wiedergeben



„Ich zerlege die 7 in 4 und 3.“

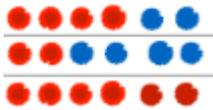


„Ich zerlege die 8 in 5 und 3.“

- Wichtige Begriffe mit den Kindern gemeinsam klären: „Was bedeutet das Wort ‚Möglichkeiten?‘“ „Was bedeutet das Wort ‚zerlegen?‘“ „Was bedeutet das Wort ‚geschickt?‘“ „Was bedeutet das Wort ‚verschieden?‘“ Zunächst von Kindern beschreiben lassen.
- Begriffe mit Handlungen und ikonischen Darstellungen vernetzen: Das Wort „zerlegen“ kann z. B. durch das Auseinandernehmen von einem „Steckwürfelstab“ verdeutlicht werden oder durch das Zerschneiden eines linearen Punktbildes. „Erkläre das Wort ‚zerlegen‘ mit den Steckwürfeln.“
- Verdeutlichen, dass eine Menge in mehrere Teilmengen zerlegt wird: „Wie viele Steckwürfel sind es insgesamt? Wie wurde zerlegt? Beschreibe.“
- Eine Plättchenanzahl zerlegen: „Nimm dir 6 Plättchen. Wie kannst du diese zerlegen? Beschreibe.“
- Aufgabe mit eigenen Worten wiedergeben: „Erkläre die Aufgabe mit deinen eigenen Worten.“

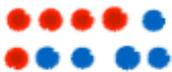


„Ich zerlege mit Steckwürfeln“



(pikas-mi.dzlm.de/422)

„Ich zerlege mit Wendeplättchen und male die Punkte auf.“



„Ich habe erst eine Möglichkeit gefunden und dann umgedreht.“



(pikas-mi.dzlm.de/422)

„Ich habe erst 5 rote Plättchen gelegt und dann immer eins umgedreht.“

Lösen:

Eigenständig und zunehmend systematisch und zielorientiert verschiedene Zerlegungen finden

- Eine vorgegebene oder selbst gewählte Zahl zerlegen: „Zerlege die Zahl x . Schreibe oder zeichne deine Zerlegung auf.“ Die Kinder können Wendeplättchen nutzen, um die Zerlegung zu legen, Steckwürfel, um die Zerlegung durchzuführen, Punktebilder zeichnen und/oder die Zahlensymbole der Zerlegung z. B. in einem Zerlegungshaus notieren.
- Verschiedene Zerlegungen einer Zahl darstellen: „Finde (geschickt) möglichst viele Zerlegungen zur Zahl x .“
- Eigene Vorgehensweise beschreiben: „Wie hast du viele verschiedene Zerlegungen gefunden? Beschreibe!“
- Eigene Vorgehensweise darstellen: „Sortiere deine Zerlegungen so, dass du den anderen Kindern damit erklären kannst, wie du verschiedene Zerlegungen gefunden hast.“

Reflektieren und Überprüfen:

Ergebnisse auf Angemessenheit überprüfen; Lösungswege vergleichen

- Verschiedene Zerlegungen einer Zahl miteinander vergleichen: „Fällt dir an den Zerlegungen etwas auf? Beschreibe!“
- Verschiedene Zerlegungen sortieren: „Sortiere die Zerlegungen so, dass du überprüfen kannst, ob du alle Möglichkeiten gefunden hast.“
- Eigenen Lösungsweg beschreiben: „Erkläre den anderen Kindern, wie du geschickt viele Möglichkeiten gefunden hast. Hast du einen Tipp für die anderen Kinder?“ („Ich habe erst 5 rote Plättchen gelegt und dann immer eins umgedreht.“ „Ich habe erst 5 Steckwürfel zusammengesteckt und immer einen mehr abgezogen und auf den anderen getan.“ „Ich habe erst eine Möglichkeit gefunden und die dann umgedreht.“)
- Lösungswege anderer Kinder nachvollziehen: „Beschreibe mit eigenen Worten, den Lösungsweg eines anderen Kindes.“

Übertragen und Erfinden:

Vorgehensweisen auf weitere Zahlen übertragen; allgemeine Aussagen zu ungeraden und geraden Zahlen treffen; Aufgaben (in Anlehnung an die Ausgangsaufgabe) erfinden

- Eigene Vorgehensweise auf weitere Zahlen übertragen: „Finde geschickt möglichst viele Zerlegungen zu der Zahl x . Nutze dabei deinen Weg, wie bei der Zahl y . Wie bist du vorgegangen? Erkläre!“
- Zerlegungen von ungeraden und geraden Zahlen miteinander vergleichen: „Vergleiche die Zerlegungen der Zahl 5 mit den Zerlegungen der Zahl 6. Fällt dir etwas auf? Beschreibe!“ („Die Zahl 5 hat 6 Zerlegungen und

5	6
5 + 0	6 + 0
4 + 1	5 + 1
3 + 2	4 + 2
2 + 3	3 + 3
1 + 4	2 + 4
0 + 5	1 + 5
	0 + 6

(pikas-mi.dzlm.de/423)

die Zahl 6 hat 7 Zerlegungen.“ „Bei der Zahl 5 kann ich immer drei Zerlegungen tauschen.“)

- Vorgehensweisen bei geraden und ungeraden Zahlen miteinander vergleichen: „Funktioniert dein Lösungsweg bei allen Zahlen? Erkläre!“ („Nein. Ich kann bei der 6 nicht alle Möglichkeiten tauschen. 3 und 3 gibt es nur einmal. Ja. Ich habe 6 blaue Plättchen gelegt. Dann immer 1 umgedreht. Dann hatte ich am Schluss 6 rote Plättchen. Das mit den Plättchen klappt immer.“)

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

Soll ein vorzähliges Teil-Ganzes Verständnis entwickelt werden, ist dazu die Entwicklung eines gesicherten Umgangs mit dem Fachbegriff „zerlegen“ und dem Begriffspaar „Ganzes-Teil“ notwendig. Die Lernenden sollen erkennen, dass man ein Ganzes (Anzahl und Zahl) immer in zwei (oder mehrere) Teile mit jeweils einzelnen Elementen zerlegen kann und diese Erkenntnisse mit den passenden Mathe-Wörtern aus dem Wortspeicher versprachlichen. Eigene Zerlegungshandlungen sollen zunehmend systematisiert werden, so dass alle Zerlegungsmöglichkeiten gefunden werden können und die Vorgangsweise dahin beschrieben werden kann. Weitere Zusammenhänge über die mögliche Anzahl der Zerlegungen einer Zahl können vermutet und mit Hilfe des Wortspeichers zunehmend versprachlicht werden.

Eine mögliche Herangehensweise stellt das WEGE-Konzept dar (<https://pikas.dzlm.de/377>).

Wortspeicherarbeit und **Einschleifübungen**: Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung zur Entwicklung und Versprachlichung eines vorzähligen Teil-Ganzes Verständnis.

Wortspeicher

Exemplarischer Auszug aus einem Wortspeicher zum Themenfeld Zahlzerlegung	
Mathe-Wörter	Satzmuster
zerschneiden, zerteilen, zerlegen der Punkt/ die Punkte das Plättchen/ die Plättchen die Kugel/ die Kugeln das Zahlenhaus/ die Zahlenhäuser das Ganze das Teil/ die Teile	Ich zerschneide/zerteile/zerlege das Ganze in ... Teile. Ich zerlege die ... in ... und ... Ich habe die ... in ... und ...zerlegt ... ist das Ganze. ... und ... sind Teile davon. Auf der einen Seite sind..., auf der anderen Seite sind ... Zusammen sind es ...





weniger als... mehr als...



die Perle/ die Perlen das rechte Fach das linke Fach die Schüttelbox/ die Schüttelboxen schütteln	Ich habe ... Perlen. In rechten Fach sind ... und im linken Fach sind ... Perlen Im verdeckten Fach müssen ... Perlen sein, denn ich kann ... in ... und ... zerlegen.
mehr als, weniger als, gleich viel, plus, verdeckt, sichtbar, die 1. Zahl, die 2. Zahl, größer, kleiner	Die erste Zahl wird immer um 1 größer. Die zweite Zahl wird immer um 1 kleiner.

Arbeit mit den Begriffen des Wortspeichers

- Anknüpfen an das fachliche und sprachliche Vorwissen der Lernenden: „Wie viele Punkte/ Plättchen siehst du?“, „Wo sind mehr/ weniger/ gleich viele?“ (Zählkompetenz, Mengenvergleich)
- „Mein rechter, rechter Platz ist frei, ich wünsche mir ...“ (Lagebeziehung rechts, links)
- Gemeinsam mit Lernenden notwendige Satzmuster erarbeiten, z. B. „Ich habe die 10 in 7 und 3 zerlegt. Die 10 ist das Ganze. 7 und 3 sind Teile davon.“
- Einführen, gemeinsames Erarbeiten und Visualisieren notwendiger weiterer Mathe-Wörter und Satzmuster für den Wortspeicher (<http://pikas.dzlm.de/154>)

Einschleifübungen

Einschleifübungen sollten insbesondere im ersten Schuljahr möglichst immer mit Handlungen verbunden sein. Sie können das handlungsbegleitende Sprechen unterstützen:

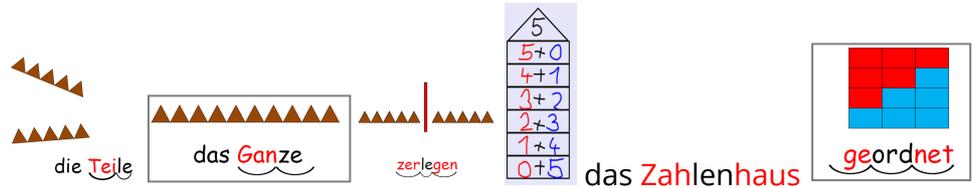


- Die Lernenden zerbrechen, zerlegen und zerteilen Gegenstände und Punktestreifen und begleiten dies sprachlich: „Ich zerteile (zerlege) die ganze Tafel Schokolade in 2 Teile. Das eine Teil hat 3 Schokostücke. Das andere Teil hat 6 Stücke.“ „Ich zerschneiden den ganzen Punktestreifen in 2 Teile. Das eine Teil hat“
- Ein Kind verteilt verdeckt acht Plättchen in seine beiden Hände (z. B. sieben und eins) und legt die geschlossenen Hände auf dem Tisch ab. Das Partnerkind versucht die Zerlegung zu erraten: „Du hast die 8 in 3 und 5 zerlegt.“ Dabei zeigt es jeweils auf die linke und rechte Hand. Antwort: „Richtig zerlegt, falsch geraten.“
- „Ordne dem Ganzen zwei passende Teilmengen zu und begründe deine Entscheidung!“ Zum Beispiel sollen dem „ganzen“ Punktestreifen mit 9 Punkten die beiden kurzen Streifen mit 4 und 5 Punkten (nicht aber mit 3 und 5 oder 4 und 6 Punkten!) zugeordnet werden, hierzu werden verschiedene Punktestreifen angeboten.

Ganzheitliche Übungen und Eigenproduktionen: Mit der selbständigen Anwendung des Wortspeichers eigene Zerlegungshandlungen sprachlich begleiten, die Versprachlichung einer systematischen Zerlegung vornehmen und Vermutungen über Anzahl der Zerlegungen einer Zahl vornehmen.

Ganzheitliche Übung:

Jedes Kind hat einen Satz Piktogramme vor sich liegen. Die SchülerInnen sind mit den Piktogrammen vertraut.



Die Lehrkraft (oder ein lesestarkes Kind) liest langsam den untenstehenden, zusammenfassenden Text zur Zerlegung vor. Es empfiehlt sich diesen als Tafelbild mit Lücken anzubieten. An den Lücken stoppt die Lehrperson und die Kinder heben das passende Piktogramm in Höhe. Ein Kind/ die Klasse darf den vervollständigten Satz wiederholen. So wird mit dem gesamten Text verfahren. Zum Schluss wird gemeinsam mit den Kindern überlegt, ob sie die Sätze noch sinnvoll ergänzen können.

Auszug aus dem Lückentext zur Zerlegung bis 10:

Wir _____ die 10 in 7 und 3.

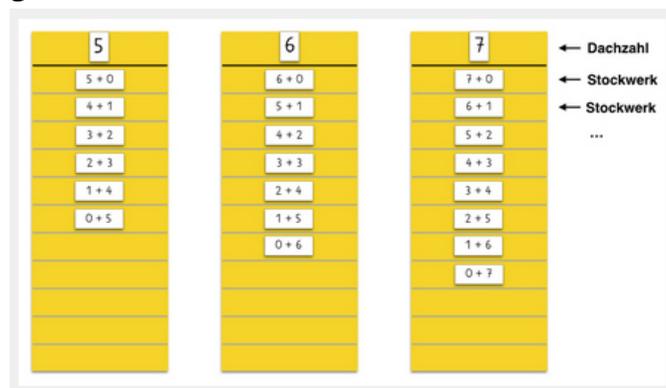
10 ist das _____ und 3 und 7 sind die _____.

Ich habe die Zerlegung der 10 in ein _____ eingetragen.

Die Zerlegungen stehen im Zahlenhaus_____.

Eigenproduktionen:

Der Eintrag aller Zerlegungen in ein Zahlenhaus und der anschließende Austausch über die dabei gemachten Beobachtungen ermöglicht den Lernenden u.a. zu erkennen, ob alle möglichen Zerlegungen einer Zahl gefunden wurden.



Die Lernenden erstellen eine Rätselkartei zur Rechenhäusern: z. B.
 „Wie wächst die Anzahl der benötigten Stockwerke, bei Häusern mit aufeinanderfolgenden Dachzahlen (z.B. 5,6,7,8..)?“
 „Bei welchen Zahlen gibt es Verdoppelungsaufgaben?“
 „Wie kann ich schon vor dem Eintrag in das Zahlenhaus feststellen, wie viele Stockwerke benötigt werden?“ „Ich habe 6 Stockwerke. Welche Zahl steht im Dach/ wurde zerlegt?“ „Wie kann ich feststellen, dass ich alle Zerlegungen einer Zahl gefunden habe?“

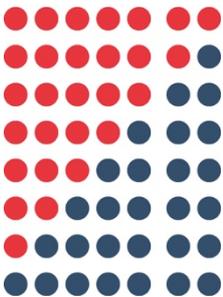
- Weitere Übungen: Fehlersuche, richtige Aussagen identifizieren, passen Bild und Aussage zusammen? (<http://pikas.dzlm.de/377> AB 7/8)

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

Die Ausgangsaufgabe kann ein Indikator dafür sein, Kinder mit bereits ausgeprägtem Verständnis für die Teil-Ganzes-Beziehung zu erkennen. Im Folgenden wird die Aufgabe „Finde (geschickt) verschiedene Möglichkeiten die Zahl $_$ zu zerlegen.“ auf verschiedene Art und Weisen für Kinder, die systematisch und zielorientiert verschiedene Zerlegungen finden, angepasst. PIKAS unterscheidet die verschiedenen Fördermöglichkeiten in den Kategorien „Mehr, Tiefer, Eher“ (vgl. Fortbildungsmodul 6.2, pikas.dzlm.de/201). Im Folgenden wird für jeden Bereich mindestens eine exemplarische Aufgabenstellung erläutert. Zu bevorzugen ist zunächst die Förderung mit den Angeboten aus dem Bereich „Tiefer“, da der Lerngegenstand passend zur Grundaufgabe ist, nur tiefgehender erfolgt. Eine Präsentation und der gemeinsame Austausch im Plenum sind so gut möglich.

Tiefer – Mit Begründungen und Darstellungswechseln wird die Grundaufgabe tiefergehend thematisiert.

„Finde alle Möglichkeiten. Ordne dafür deine gefundenen Möglichkeiten. Hast du alle gefunden? Begründe.“ Die Kinder erklären über das systematische Sortieren, dass es alle Möglichkeiten sind. Die Begründung kann auf der handelnden Ebene mit Plättchen gezeigt werden. Es werden bspw. 7 rote Plättchen gelegt. Durch das Umdrehen des ersten Plättchens wird aus $7+0 \rightarrow 6+1$. Das nächste Plättchen wird gewendet und es ergibt sich die Aufgabe $5+2$. Es könnte sein, dass die Kinder zunächst nach anderen Strategien sortieren. Sie könnten bspw. Aufgabe und Tauschaufgabe zuordnen. Die Kinder erkennen, dass es zur 7 vier solcher Partner gibt ($7+0$ und $0+7$, $1+6$ und $6+1$, $5+2$ und $2+5$, $3+4$ und $4+3$). Ohne weitere Sortierung ist auf diesem Weg jedoch nicht zwangsläufig die Vollständigkeit bewiesen.



Die Zerlegungen der Kinder können gemeinsam gesammelt und sortiert werden. So entsteht eine Sortierung, die andere Kinder dazu anregen könnte, Zerlegungen von weiteren Zahlen systematisch zu finden. Der Plättchenbeweis wird ebenfalls gemeinsam im Plenum erarbeitet, indem der Anfang von einer Gruppe präsentiert und dann der Rest des Beweises gemeinsam weiter vollendet wird.

7
7+0
6+1
5+2
4+3
3+4
2+5
1+6
0+7

„Finde geschickt alle Möglichkeiten, die 3 (4, 5, 6, ...) zu zerlegen. Was fällt dir auf?“ Die Kinder haben die Möglichkeit, die Beziehung zwischen der Zerlegung von geraden und ungeraden Zahlen zu entdecken. Sie erkennen, dass es bei geraden Zahlen eine Zerlegung gibt, zu der es keine Tauschaufgabe gibt (z. B. $6 \rightarrow 3+3$). Somit ist bei geraden Zahlen die Anzahl aller Zerlegungen ungerade, bei ungeraden Zahlen hingegen gerade. Es gibt somit zu jeder natürlichen Zahl n genau $n+1$ Zerlegungen.

Haben die Kinder die Aufgabe durchdrungen, wird es ihnen nicht schwerfallen, die folgende Aufgabe zu bearbeiten: „Vermute: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 10 (15, 20, ...) zu zerlegen? Begründe.“

Eher – Durch größere Zahlen wird die Aufgabe in einem größeren Zahlenraum erarbeitet.

12	0
11	1
10	2
9	3
8	4
7	5
6	6
5	7
4	8
3	9
2	10
1	11

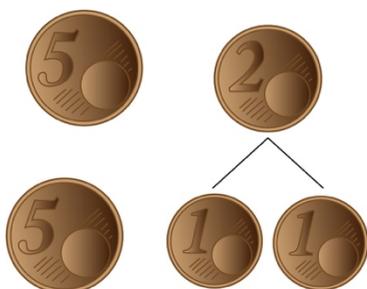
Die Basisaufgabe könnte Kinder dazu anregen, eine Zahl größer als 10/20/ usw. systematisch zu zerlegen.

Da diese Art der Strukturierung auch bei der Thematisierung des größeren Zahlenraumes erfolgt, sollte dieser Schritt nur durch die Lehrperson initiiert werden, wenn sich das Kind in der Förderung in Form des Drehtürenmodells befindet und im Mathematikunterricht die 2. Klasse besucht.

Mehr – Die Übertragung der Erkenntnisse auf das Zerlegen in produktiven Übungsformaten mit mehr als 2 Summanden oder auf den Größenbereich Geld weckt durch die höhere kognitive Herausforderung größeres Interesse.

„Zerlege $_$ in 2 und mehr Summanden.“

„Zerlege 7 ct. Du kannst 1ct, 2ct und 5ct-Münzen benutzen.“



Es können natürlich auch andere Beträge zerlegt werden.

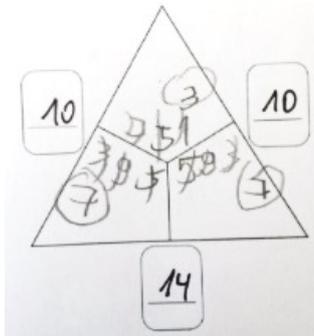
Bei der zweiten Aufgabe steht das Thema „Wechseln“ im Vordergrund, um von einer gefundenen Lösung zur nächsten zu kommen. Weiterführend könnten auch folgende Aufgaben bearbeitet werden:

„Lege den Geldbetrag mit besonders vielen/wenigen Geldstücken.“

„7ct - Es sind genau fünf Münzen. Welche Zerlegung kann es sein?“

„Löse das Rechendreieck.“

Das produktive Übungsformat „Rechendreiecke“ bietet die Möglichkeit das Zerlegen anzuwenden und weitere Entdeckungen zu machen. Die Bildungsregel sollte dabei den Kindern bekannt sein: Die Summe zweier Innenzahlen ergibt die angrenzende Außenzahl. Oder auch: Zwei Innenzahlen errechnen sich bei diesem Format durch das Zerlegen der angrenzenden Außenzahl.



primakom.dzlm.de/515

Sind nur die drei Außenzahlen vorgegeben, kann die Strategie des systematischen Vorgehens beim Finden aller Zerlegungen angewendet werden. Dabei müssen die Kinder bei der Zerlegung einer Außenzahl und der Verteilung der beiden Summanden gleichzeitig die nebenliegenden Außenzahlen im Blick haben. Durch das Verschieben von Plättchen von Innenzahl zu Innenzahl kann so die Lösung gefunden werden.

Weitere Strukturen lassen sich innerhalb der Rechendreiecke entdecken und beweisen und sind besonders motivierend für mathestärke Kinder.

- Die Summe der Außenzahlen ist gleich zwei mal die Summe der Innenzahlen.
- Erhöht man eine Innenzahl um 1, so vergrößern sich die beiden angrenzenden Außenzahlen jeweils um 1. Die Innensumme erhöht sich somit um 1, die Außensumme um 2.
- Die Außensumme ist das Doppelte der Innensumme, deswegen ist sie immer gerade.

(Vgl. primakom.dzlm.de/515)

Ähnlich findet das Zerlegen auch in anderen Übungsformaten Anwendung:

- Zahlenmauern:
primakom.dzlm.de/510
pikas.dzlm.de/195
- Rechenquadrate mit Ohren:
pikas.dzlm.de/116
- Zahlenketten
primakom.dzlm.de/520
pikas.dzlm.de/455

LITERATUR

- Selter, C. & Zannetin, E. (2018): Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele. Seelze. Klett / Kallmeyer.

LINKS

- <https://www.lernsoftware-mathematik.de/?p=1331> (App Rechentablett)
- <https://pikas.dzlm.de/008> (Haus 7 enthält zahlreiche Aufgaben zum Problemlösen)
- <https://pikas.dzlm.de/195> (Zahlenmauern)
- <https://pikas.dzlm.de/116> (Rechenquadrate mit Ohren)
- pikas.dzlm.de/377 (WEGE-Konzept)
- <https://pikas.dzlm.de/201> (Tiefer-Eher-Mehr)
- <https://pikas.dzlm.de/455> (Zahlenketten)
- <https://pikas-mi.dzlm.de/422> (Zahlvorstellungen/Hintergrund/Beziehungen zw. Zahlen)
- <https://pikas-mi.dzlm.de/423> (Zahlvorstellungen/Unterricht/Zahlen zerlegen)
- <http://pikas-mi.dzlm.de/424> (Zahlzerlegung)
- <https://primakom.dzlm.de/111> (Grundlageninformationen zum Problemlösen)
- <https://primakom.dzlm.de/aufgabenformate/rechendreiecke/hintergrund> (Rechendreieck)
- <https://primakom.dzlm.de/510> (Zahlenmauern)
- <https://primakom.dzlm.de/520> (Zahlenketten)



Ausgangsaufgabe:

Finde (geschickt) verschiedene Möglichkeiten die Zahl $_$ zu zerlegen.



Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig.

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- o „Erkläre das Wort „zerlegen“ mit Steckwürfeln.“
- o „Wie viele Steckwürfel sind es insgesamt? Wie wurde zerlegt? Beschreibe.“
- o „Zerlege die Zahl x . Schreibe oder zeichne deine Zerlegungen auf.“
- o „Erkläre den anderen Kindern, wie du geschickt verschiedene Zerlegungen gefunden hast. Hast du einen Tipp für die anderen Kinder?“
- o „Vergleiche die Zerlegungen der Zahl 5 mit den Zerlegungen der Zahl 6. Fällt dir etwas auf? Beschreibe!“
- o „Beschreibe mit eigenen Worten den Lösungsweg eines anderen Kindes.“
- o „Funktioniert dein Lösungsweg bei allen Zahlen? Erkläre!“

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- o „Wie kann man diese Menge (Holzwürfel, Muscheln, o.ä.) in zwei Portionen aufteilen?“ „Nimm dir 8 Plättchen und lege sie in zwei Portionen auf den Tisch.“
- o „Finde verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten.“
- o Handlungsbegleitend sprechen: „Ich zerlege 8 in 5 und 3.“
- o „Zählen 3 und 5 sowie 5 und 3 überhaupt als zwei verschiedene Zerlegungen? Ist 8 und 0 auch eine Zerlegung?“
- o Strukturelle Beziehungen zwischen Zerlegungsaufgaben sollen beschrieben werden: „Da ist eins weniger, dort ist eins mehr.“ „Der erste Summand wird um eins kleiner und der zweite Summand wird um eins größer.“ (sprachliche Unterstützung anbieten)

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- o „Finde alle Möglichkeiten. Ordne dafür deine gefundenen Möglichkeiten. Hast du alle gefunden? Begründe.“
- o „Finde geschickt alle Möglichkeiten, die 3 (4, 5, 6, ...) zu zerlegen. Was fällt dir auf?“
- o „Vermute: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 10 (15, 20,...) zu zerlegen? Begründe.“
- o Zerlege $_$ in 2 und mehr Summanden.“
- o Zerlege 7 ct. Du kannst 1 ct, 2 ct und 5 ct-Münzen benutzen.“
- o Lege den Geldbetrag mit besonders vielen/wenigen Geldstücken.“
- o „7ct - Es sind genau fünf Münzen. Welche Zerlegung kann es sein?“
- o „Löse das Rechendreieck.“

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- o „Ich zerschneide/zerteile/zerlege das Ganze in $_$ Teile.“
- o „Ich habe die $_$ in $_$ und $_$ zerlegt $_$ ist das Ganze und $_$ sind die Teile davon.“
- o „Ich habe $_$ Perlen. Im rechten Fach sind $_$ und im linken Fach sind $_$ Perlen.“
- o „Im verdeckten Fach müssen $_$ Perlen sein, denn ich kann $_$ in $_$ und $_$ zerlegen.“
- o „Die erste Zahl wird immer um 1 größer. Die zweite Zahl wird immer um 1 kleiner.“
- o „Wie viele Plättchen habe ich in der Hand?“
- o „Mein rechter, rechter Platz ist frei...“