Subtraktion produktiv üben – Umkehrzahlen

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- **Zahlverständnis** im Zahlenraum bis 1000 ausbauen.
- **Stellenwertverständnis** und Umgang mit der Stellenwerttafel thematisieren.
- Sicherheit beim Lösen von **Subtraktionsaufgaben mit Übertrag im Zahlenraum bis 1000** entwickeln.
- **Gemeinsamkeiten und Unterschiede** von Zahl und Umkehrzahl sowie deren Differenz **beschreiben.**

AUSGANGSAUFGABE

$$\begin{array}{r} 682 \\ -\,286 \\ \hline 396 \end{array}$$

Bilde eine dreistellige Zahl und ihre Umkehrzahl.
Subtrahiere die kleinere Zahl von der größeren Zahl.
Was fällt dir auf?

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Argumentationskompetenz fördern:

- **Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben:** Subtrahend, Minuend und Differenz zueinander in Beziehung setzen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten mit Forschermitteln beschreiben.
- **Vermutungen anstellen:** Vermutungen über den Zusammenhang zwischen der Veränderung von Minuend und/oder Subtrahend und der Differenz anstellen.
- **Lösungswege, Vorgehensweisen, Vermutungen begründen:** Zusammenhang zwischen den Veränderungen von Minuend, Subtrahend und Differenz begründen.
- **Vermutungen, Lösungen, Aussagen überprüfen:** Aufgestellte Vermutungen und allgemeine Aussagen überprüfen und ggf. widerlegen.

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- **Wortspeicherarbeit und Einschleifübungen:** Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung, um sich über Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten bei der Durchführung von Umkehraufgaben austauschen zu können.
- **Ganzheitliche Übungen und Eigenproduktionen:** Mit der selbstständigen Anwendung des Wortspeichers Vermutungen über den Zusammenhang zwischen verschiedenen Ziffernunterschieden und deren Auswirkung auf das Ergebnis beschreiben und begründen.

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

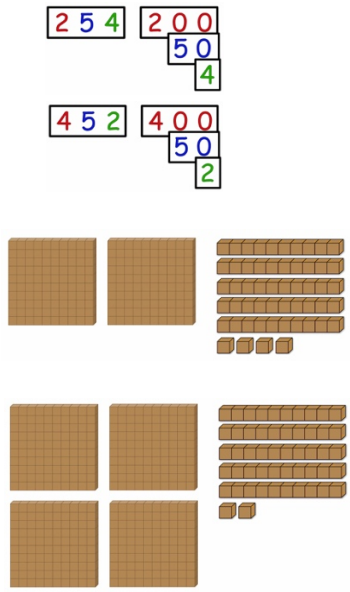
- **Tiefer** – Entdeckungen zu gleichen Differenzen begründen
- **Eher** – Entdeckungen in größeren Zahlenräumen durch die Variation der Rechenvorschrift
- **Mehr** – Entdeckungen zu veränderten Zahlenmustern

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

Das produktive Aufgabenformat zur Subtraktion „Umkehrzahl“ basiert auf der Veränderung der Stellenwerte, indem von einer Zahl ihre Umkehrzahl subtrahiert wird. Hinter der Schwierigkeit bei Kindern Hunderter, Zehner- und Einerzahlen in der richtigen Reihenfolge aufzuschreiben („Zahlendreher“), verbirgt sich häufig eine Unklarheit über Bezeichnungen und Wertigkeiten der einzelnen Stellenwerte. Die Anforderung dieser Ausgangsaufgabe besteht daher vor allem im Durchdringen des Stellenwertsystems sowie in der Subtraktion des Zahlenraums bis 1000. Um die Ausgangsaufgabe erfolgreich bearbeiten zu können, benötigen insbesondere Kinder mit Matheschwierigkeiten gewisse mathematische Voraussetzungen, die im Folgenden aufgezeigt werden.

Zahlverständnis im Zahlenraum bis 1000 ausbauen.

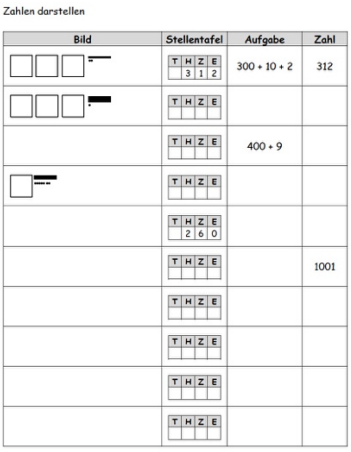
- Zahlbildung dreistelliger Zahlen (Einer, Zehner, Hunderter) thematisieren. Ziffernkärtchen nutzen, um Zahlen zu legen (umlegen von H, Z und E).
- Zahl und Umkehrzahl mit Würfelmaterial legen lassen, um die Wertigkeit der Zahlen (z. B. 254 und 452) zu veranschaulichen: *„Lege die Zahl mit Material. Wie viele Einer, Zehner und Hunderter hat die Zahl?“*
- Anschließend Zahldarstellungen vergleichen und Größenvergleich durchführen *„Welche Zahl ist größer? Warum ist die Zahl größer? Zeige mit Material.“*
- Schwierigkeit: Kinder subtrahieren die größere von der kleineren Zahl: 254 – 452. Unterstützung: Zunächst beide Zahlen aufschreiben lassen *„Welche Zahl ist größer?“* und dann zunächst die größere Zahl notieren lassen.
- Markierung der Umkehrzahlen in linearer Darstellung auf dem Zahlenstrahl kann ebenfalls unterstützen, um die Größenverhältnisse zu verdeutlichen.



Zahl und Umkehrzahl mit Würfelmaterial verdeutlichen.

Stellenwertverständnis und Umgang mit der Stellenwerttafel thematisieren.

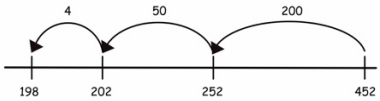
- Zahlen in die Stellenwerttafel eintragen (als Ziffern und mit Plättchen). *„Lege die Zahl 452 mit Plättchen in die Stellenwerttafel.“*



Zahlen unterschiedlich darstellen (Mathe sicher können primar, N1 A)

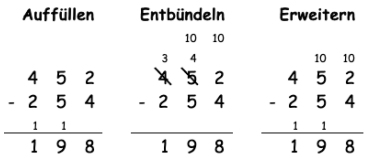
- Verschiedene Darstellungen einer Zahl sicher beherrschen. Den flexiblen Wechsel zwischen den Darstellungsformen z. B. durch ein Spiel wie „Stellenwertequartett“ üben.
- Durch die Verschiebung der Plättchen in der Stellenwerttafel die Subtraktion verdeutlichen und die Veränderung in den Blick nehmen: *„Lege die Zahl mit Plättchen in der Stellenwerttafel. Zeige die Subtraktion der Umkehrzahl durch das Verschieben der Plättchen in der Stellenwerttafel. Betrachte nun das Ergebnis. Was hat sich verändert? Um wie viel ist die Zahl größer/kleiner geworden?“*

Sicherheit beim Lösen von **Subtraktionsaufgaben mit Übertrag im Zahlenraum bis 1000** entwickeln.



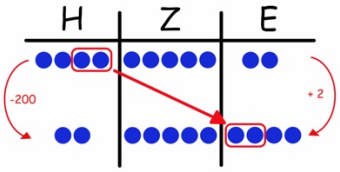
Subtraktion am Zahlenstrahl verdeutlichen.

- Wiederholung: Unterschied lässt sich berechnen durch Abziehen oder Ergänzen.
- Den Zahlenstrahl als Hilfsmittel zur Verdeutlichung der Subtraktionen nutzen. *„Am Zahlenstrahl gehen wir schrittweise zurück (nach links).“*
- Voraussetzung ist die verständige Anwendung des schriftlichen Subtraktionsverfahrens (Auffüllen, Ergänzen oder Entbündeln – je nach eingeführtem schriftlichen Verfahren im Unterricht), damit korrekte Ergebnisse entstehen, die Entdeckungen ermöglichen.
- Subtraktionsaufgaben mit Übertrag lösen können.
- Entsprechendes Fördermaterial unter Mathe sicher können Primarstufe, N7 A



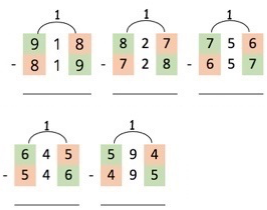
Die drei schriftlichen Verfahren der Subtraktion.

Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Zahl und Umkehrzahl sowie deren Differenz **beschreiben.**



Das Verschieben von Plättchen in der Stellenwerttafel sprachlich begleiten.

- Wortspeicher und Satzmuster zur Beschreibung und zum handlungsbegleitenden Sprechen nutzen. *„Wenn ich zwei Plättchen aus der Hundertertafel verschiebe, dann…“, „Wenn zwei Plättchen in der Einerspalte dazukommen, dann …“ „Es werden 200 abgezogen und es kommen 2 dazu. Die Differenz beträgt daher 198.“*
- Mehrere Aufgaben rechnen und gleiche Ergebnisse farblich markieren → Notieren der Aufgaben auf einzelnen Karten, um das Umsortieren der Aufgaben nach gleichen Ergebnissen zu erleichtern.
- Tipps zur Strukturierung der Aufgaben/Ergebnisse geben.
- Zur Verringerung der Komplexität können zunächst nur ausgewählte Aufgaben in den Blick genommen werden, beispielsweise zunächst nur Aufgaben mit dem Ergebnis 99, an denen Entdeckungen gemacht werden sollen. *„Was fällt dir an diesen Aufgaben auf?“ „Was haben die*



Zunächst Entdeckungen an ausgewählten Aufgaben machen.

Zahlen gemeinsam? Wie unterscheiden sie sich?" „Wie verändert sich das Ergebnis, wenn der Unterschied der Ziffern nicht 1, sondern 2 beträgt?"

- Unterrichtsmaterial zu Umkehrzahlen (PIKAS: Umkehrzahlen)

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

Die Aufgabe von einer dreistelligen Zahl die Umkehrzahl zu subtrahieren, bietet die Möglichkeit, Zusammenhänge zwischen dem Subtrahenden, dem Minuenden und der Differenz herzustellen, sowie Aufgaben zu gleichen Differenzen genauer zu betrachten. Unterschiede und Gemeinsamkeiten können mit Forschermitteln verdeutlicht und Auffälligkeiten mündlich oder schriftlich und unter Verwendung verschiedener Fachbegriffe beschrieben werden. Neben dem Beschreiben sollten auch das Vermuten, das Begründen und das Überprüfen angeregt werden, um die Argumentationskompetenz zu fördern.

Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten beschreiben: Subtrahend, Minuend und Differenz zueinander in Beziehung setzen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten mit Forschermitteln beschreiben.

716 − 617 = 99 | 523 − 325 = 198 | 754 − 457 = 297 | 998 − 899 = 99

- Gemeinsamkeiten/Unterschiede des Minuenden, Subtrahenden und der Differenz innerhalb einer Rechenaufgabe mit Forschermitteln markieren: *„Was fällt dir an deiner Startzahl, der Umkehrzahl und dem Ergebnis auf? Zeige mit Forschermitteln."* Die Kinder können entdecken, dass durch das Bilden der Umkehrzahl die Zehner im Minuenden und Subtrahenden immer gleich bleiben, der Minuend den größeren Hunderter und den kleineren Einer hat als der Subtrahend, der Zehner der Differenz immer eine Neun ist, da es an der Einerstelle stets zu einem Übertrag kommt.

998 − 899 = 99 | 523 − 325 = 198 | 754 − 457 = 297 | 682 − 286 = 396

716 − 617 = 99 | 321 − 123 = 198

- Gemeinsamkeiten/Unterschiede der Differenz verschiedener Aufgaben markieren. *„Ordne die einzelnen Aufgaben. Erkläre, wie du die Aufgaben geordnet hast."* Die Aufgaben könnten im Vorfeld auf einzelne Streifen geschrieben werden und dann von den Kindern geordnet werden. Geordnet werden könnte nach gleichen und verschiedenen Differenzen oder nach der Größe der Differenzen.

Vermutungen anstellen: Vermutungen über den Zusammenhang zwischen der Veränderung von Minuend und/oder Subtrahend und der Differenz anstellen.

998
−899
99

„Die kleinste Differenz ist die 99, denn größere Ziffern als zwei mal 9 und einmal 8 kann ich nicht wählen.“

998 − 899 = 99
997 − 799 = 198
996 − 699 = 297
995 − 599 = 396
994 − 499 = 495

993 − 399 = 594
992 − 299 = 693
991 − 199 = 792
990 − 099 = 891

+99

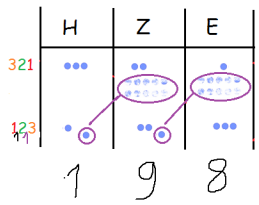
„Wenn ich bei der Startzahl die Einerziffer immer um 1 verkleinere, dann wird die Differenz von Aufgabe zu Aufgabe um 99 größer. Das bedeutet, dass alle Ergebnisse zur 99er-Reihe gehören.“

998 − 899 = 99 1·99
997 − 799 = 198 2·99
996 − 699 = 297 3·99
995 − 599 = 396 4·99
994 − 499 = 495 5·99

993 − 399 = 594 6·99
992 − 299 = 693 7·99
991 − 199 = 792 8·99
990 − 099 = 891 9·99

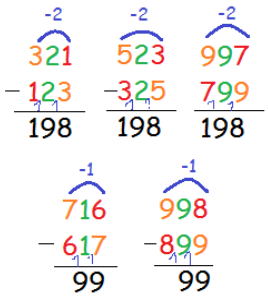
- Vermutung zu bestimmten Ergebnissen: *„Vermute: Welches ist die kleinste/größte Differenz, die du bei dreistelligen Minuenden finden kannst? Erkläre.“* Die Kinder können herausfinden, dass die kleinste Differenz 99 und die größte Differenz 891 ist, wenn die Ziffer 0 ebenfalls zugelassen wird.
- Vermutung zu allen möglichen Ergebnissen: *„Vermute: Welche Differenzen bei dreistelligen Minuenden erreicht werden können? Erkläre.“* Die Kinder können durch das Ordnen von Ergebnissen darauf stoßen, dass alle Differenzen Produkte der Neunundneunziger-Reihe sind. *„Ich vermute, dass alle Ergebnisse zu der Neunundneunziger-Reihe gehören: 99, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891.“* Diese Vermutungen sollten festgehalten und zu einem späteren Zeitpunkt mit weiteren Beispielen und allgemeinen Begründungen überprüft werden.
- Vermutung zu der Anzahl der Aufgaben mit gleichen Differenzen: *„Vermute: Wie viele verschiedene Aufgaben mit der Differenz 891 gibt es? Erkläre.“* Die Kinder können durch das Sortieren der Aufgaben herausfinden, dass es zu der Differenz 891 genau 10 verschiedene Aufgaben gibt, wenn die Ziffer 0 an der Hunderter- und Zehnerstelle erlaubt werden (990-099, 980-089, 970-079, … 900-009). Die Ziffern an Hunderter- und Einerstelle sind immer 0 und 9 und die Ziffer an der Zehnerstelle kann eine 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 sein, ohne dass sich das Ergebnis verändert.

Lösungswege, Vorgehensweisen, Vermutungen begründen: Zusammenhang zwischen den Veränderungen von Minuend, Subtrahend und Differenz begründen.

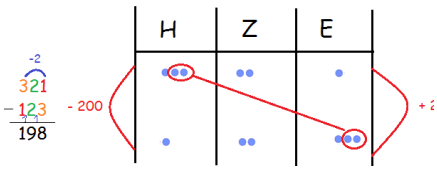


Im Ergebnis ist der Zehner immer eine 9, da die Ziffern im Subtrahend und Minuend durch die Rechenregel immer gleich sind und an der Zehnerstelle stets ein Übertrag entsteht.

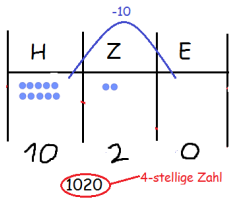
- Eigene Vermutungen werden mithilfe von Skizzen oder Legematerial, etc. begründet: *„Begründe deine Vermutung. Nutze eine Skizze oder Plättchen.“* Vermutung: *„Ich vermute, im Ergebnis ist der Zehner immer eine 9.“* Die Kinder können mithilfe der Stellenwerttafel begründen, dass die Zehnerzahl in der Differenz immer eine 9 sein muss, da der Einer des Subtrahenden immer größer ist als der Einer des Minuenden und es deshalb an der Zehnerstelle des Subtrahenden immer zu einem Übertrag kommt. Bei zwei gleichen Ziffern an der Zehnerstelle bedeutet dies, dass an der Zehnerstelle der Differenz immer eine 9 entsteht.



Beträgt die Differenz zwischen Hunderter- und Einerziffer 2, so ist das Ergebnis der Aufgabe 2 mal 99. Beträgt die Differenz zwischen Hunderter- und Einerziffer 1, so ist das Ergebnis der Aufgabe 1 mal 99.



„Wenn ich zwei Plättchen verschiebe, dann nehme ich zwei Hunderter (2mal 100) weg und es kommen zwei Einer (2mal1) dazu. Auf diese Weise erhalte ich eine Differenz von 198.“



„Um die 990 als Differenz der Aufgabe erreichen zu können, müsste die Differenz zwischen Hunderter- und Einerziffer 10 betragen. Dies wäre möglich bei einer Ziffernkombination von 10 Hundertern und 0 Einern. Da 10 Hunderter jedoch identisch sind mit 1 Tausender, würde sich an dieser Stelle eine vierstellige Zahl als Startzahl ergeben.“

- Fremde Vermutungen werden mithilfe von Skizzen oder Legematerial etc. begründet: *„Anna vermutet, dass das Ergebnis immer eine Zahl aus der Neunundneunzigerreihe ist. Überprüfe und begründe.“*
  Die Kinder finden weitere Beispielaufgaben mit deren Hilfe sie die Vermutung bestätigen oder widerlegen können und markieren Auffälligkeiten mit Forschermitteln. Um ihre Entdeckungen anschließend auch zu begründen, können sie Skizzen (z. B. Punktebilder) oder Legematerial (z. B. Plättchen) nutzen. Dabei ist es wichtig, den Kindern die Möglichkeit zu geben, ihre Begründung mündlich und materialgestützt zu erklären. Die Vermutung, dass alle Ergebnisse zur Neunundneunzigerreihe gehören, können die Kinder an der Stellenwerttafel mit Plättchen zeigen.
- Eigene Vermutungen zu einer Abbildung eines Plättchenbeweises zuordnen: *„Ordne jeder Vermutung einen passenden Plättchenbeweis zu. Begründe, warum diese Abbildung zu der Vermutung passt.“*
  Den Kindern können verschiedene Abbildungen zu Begründungen möglicher Vermutungen vorgelegt werden. Beispielsweise können sie gemeinsam mit einem anderen Kind überlegen, welche Abbildungen ihnen bei der Begründung ihrer Vermutungen helfen könnten. Auf diese Weise kommen die Kinder über verschiedene Darstellungen von Lösungswegen und Begründungen in einen gemeinsamen Austausch.

Vermutungen, Lösungen, Aussagen überprüfen: Aufgestellte Vermutungen und allgemeine Aussagen überprüfen und ggf. widerlegen.

- Allgemeine Aussagen mit Forschermitteln überprüfen, ggf. widerlegen und durch eine Skizze oder Legematerial begründen: „Überprüfe, ob die folgende Aussage: *„Es können mit diesen Aufgaben alle Ergebnisse der Neunerreihe von 99-990 erreicht werden.“ stimmt.“ „Die Aussage stimmt/stimmt nicht, weil …“* oder *„Alle Ergebnisse, die du erreichen kannst, sind Ergebnisse der Neunundneunzigerreihe.“*
- Eigene Aufgaben erfinden, bei denen bestimmte Differenzen erreicht werden können. *„Erfinde eigene Aufgabe mit denen du bestimmte Differenzen erreichst.“*

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

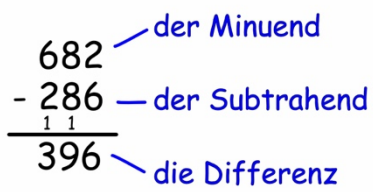
Um über Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten von Umkehraufgaben sprechen zu können, bedarf es umfangreicher sprachlicher Mittel. Diese sind kein Bestandteil der Alltagssprache der Kinder und müssen gezielt eingeführt und geübt werden. Durch das Einüben gemeinsam erarbeiteter Satzmuster zu möglichen Beobachtungen, wie beispielsweise *„Der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle beträgt ___.“*, werden die Lernenden befähigt, ihre Beobachtungen und Entdeckungen für alle verständlich zu formulieren.

Eine mögliche Herangehensweise dies umzusetzen stellt das WEGE-Konzept dar (vgl. pikas.dzlm.de/node/1117).

Wortspeicherarbeit und Einschleifübungen: Kennenlernen, Verstehen und Behalten von Mathe-Wörtern und ihre sprachliche Einbettung, um sich über Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten bei der Durchführung von Umkehraufgaben austauschen zu können.

Wortspeicher

Exemplarischer Auszug aus einem Wortspeicher zum Themenfeld Umkehrzahlen	
Mathe-Wörter	**Satzmuster**
der Zehner, der Einer, die Hunderter, die Einerziffer, die Zehnerziffer, die Hunderterziffer, der Unterschied, der Minuend, die Differenz, die Quersumme, das Vielfache, die Umkehrzahl, die Startzahl, die Ergebniszahl, der Ziffernunterschied, die 99-Reihe	Ich subtrahiere … von … Das Ergebnis ist … Ich sortiere die Ergebnisse nach … … wird immer um … größer Der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle beträgt … Die Ergebniszahl heißt … Die mittlere Ziffer in der Ergebniszahl ist immer … Das Ergebnis hängt vom Ziffernunterschied ab. Wenn der Ziffernunterschied 1 beträgt, dann ist das Ergebnis immer 99. Wenn der Ziffernunterschied 2 beträgt, dann ist das Ergebnis zweimal 99. Die kleinste/größte Differenz beträgt …



Wortspeicher zur Subtraktion

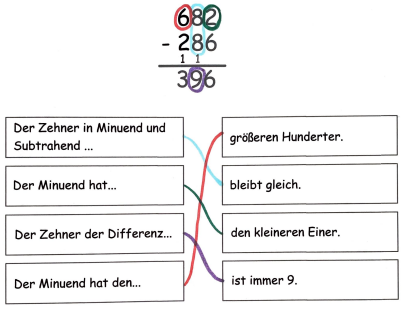
Arbeit mit den Begriffen des Wortspeichers:

- Anknüpfen an das fachliche und sprachliche Vorwissen der Lernenden: „Was ist der *Minuend/der Subtrahend/die Differenz?*“

- Gemeinsam mit den Lernenden notwendige Mathe-Wörter einführen: *„Umkehrzahl, Ziffernunterschied…“* und Satzmuster erarbeiten, um die Subtraktion selbst, aber auch Entdeckungen beschreiben zu können.
  „Als Ergebnisse erhalten wir die Zahlen …“
  „Wenn der Ziffernunterschied … beträgt, dann beträgt das Ergebnis immer …“ (pikas.dzlm.de/154)
- Als Sprachvorbild (Lehrkraft) konsequentes Verweisen und Nutzen des Wortspeichers in gemeinsamen Plenumsphasen (Wortspeicher beispielsweise in Plakatform)
- Bereitstellen des Wortspeichers für alle Kinder sichtbar für die Arbeitsphase (beispielsweise zusätzlich in Kleinformat).
- Anbieten der Verben auch in konjugierten Formen, z. B. im Rahmen eines Satzmusters.

Einschleifübung:

- „Verbinde die Satzteile und markiere die passenden Stellen in der Aufgabe.“

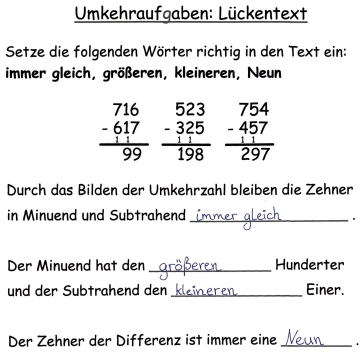


Schülerlösung zur Einschleifübung

682
- 286
396

Der Zehner in Minuend und Subtrahend …	größeren Hunderter.
Der Minuend hat …	bleibt gleich.
Der Zehner der Differenz …	den kleineren Einer.
Der Minuend hat den …	ist immer 9.

Ganzheitliche Übungen und **Eigenproduktionen**: Mit der selbstständigen Anwendung des Wortspeichers Vermutungen über den Zusammenhang zwischen verschiedenen Ziffernunterschieden und deren Auswirkung auf das Ergebnis beschreiben und begründen.


Umkehraufgaben: Lückentext

Setze die folgenden Wörter richtig in den Text ein:
immer gleich, größeren, kleineren, Neun

716 - 617 = 99 | 523 - 325 = 198 | 754 - 457 = 297

Durch das Bilden der Umkehrzahl bleiben die Zehner in Minuend und Subtrahend immer gleich.

Der Minuend hat den größeren Hunderter und der Subtrahend den kleineren Einer.

Der Zehner der Differenz ist immer eine Neun.

Schülerlösung zur ganzheitlichen Übung

Ganzheitliche Übungen:

Setze richtig ein (immer gleich, größeren, kleineren, Neun)

716 - 617 = 99 | 523 - 325 = 198 | 754 - 457 = 297 | 998 - 899 = 99

Durch das Bilden der Umkehrzahl bleiben die Zehner in Minuend und Subtrahend _____.

Der Minuend hat den _____ Hunderter und der Subtrahend den _____ Einer.

Der Zehner der Differenz ist immer eine _____ .

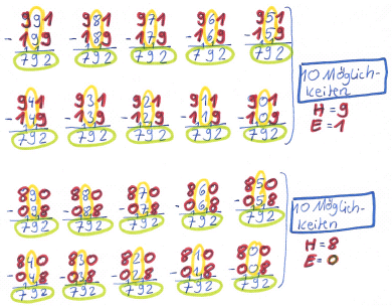
Eigenproduktionen:

- Eigene Aufgaben erfinden, mit denen bestimmte Differenzen erreicht werden können und das Vorgehen beschreiben.
- Mit eigenen Worten erklären und begründen, wie viele verschiedene Aufgaben es zu jedem Ergebnis gibt.

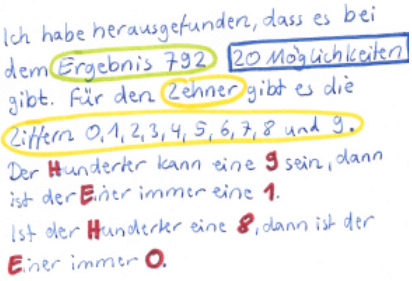
MATHESTÄRKEN FÖRDERN

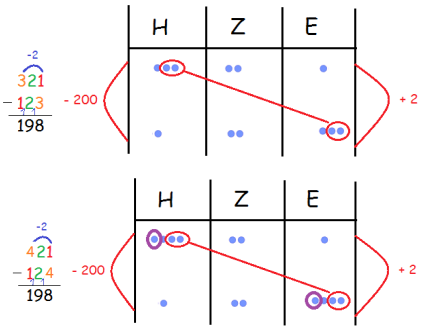
Die angebotene offene Ausgangsaufgabe, welche die Kinder auffordert, Umkehraufgaben zu bilden, zu berechnen, Entdeckungen zu notieren und im Sinne der prozessbezogenen Kompetenzen materialgestützt zu begründen, zeigt, welche Zusammenhänge die Kinder zwischen Ausgangszahlen und Ergebnissen bereits erkennen, ob sie Forschermittel nutzen, ihre Entdeckungen darstellen und / oder versprachlichen können und inwiefern sie in der Lage sind, ihre Entdeckungen materialgestützt (Plättchen, Stellenwerttafel, etc.) begründen können. Im Folgenden wird die Aufgabe „Umkehrzahlen“ auf verschiedene Art und Weisen für Kinder, die bereits weiterführende Übungen bearbeiten, angepasst. PIKAS unterschiedet die verschiedenen Fördermöglichkeiten in den Kategorien „Mehr, Tiefer, Eher“ (vgl. Fortbildungsmodul 6.2).
Im Bereich „Tiefer“ werden die Kinder dazu aufgefordert, Entdeckungen zu gleichen Differenzen zu verallgemeinern und allgemeine Aussagen zu Aufgabenanzahlen zu begründen. Der Bereich „Eher“ beinhaltet weiteführende Überlegungen zu Umkehraufzahlen bezogen auf Aufgabenvariationen, die einen größeren Zahlenraum berücksichtigen. Im Bereich „Mehr“ können die Kinder weitere Zahlenmuster, wie beispielsweise ANNA-Zahlen oder ähnliche genauer unter die Lupe nehmen (vgl. pikas.dzlm.de/node/712).

Tiefer – Entdeckungen zu gleichen Differenzen begründen



- Eigenproduktionen - Aufgaben mit gleichen Differenzen finden: *„Finde möglichst alle Aufgaben mit der Differenz … (99, 198, 297, 396, …). Hast du alle Aufgaben gefunden? Erkläre.“* Die Kinder können durch das Sortieren der Aufgaben herausfinden, dass es zu verschiedenen Differenzen eine unterschiedliche Anzahl an Aufgaben gibt. Mit dem Ergebnis 891 gibt es 10 verschiedene Aufgaben, mit dem Ergebnis 792 gibt es 20 verschiedene Aufgaben …, mit dem Ergebnis 891 gibt es 90 verschiedene Aufgaben, wenn die Ziffer 0 auch an der Hunderter- und Zehnerstelle zugelassen wird.
- Vermutungen überprüfen und begründen: *„Begründe folgende Vermutung. Nutze eine Skizze oder Plättchen.“ Vermutung: „Ich vermute, dass es*





Differenz 198 und Z=2: Insgesamt 8 verschiedene mögliche Aufgaben, da die Differenz des H und E 2 ergeben muss (siehe Plättchenverschiebungen). In der Aufgabe entsteht eine Differenz von 2•99 = 198.

zu jedem Ergebnis 10 verschiedene Aufgaben gibt.“ Um die Vermutung zu begründen, können die Kinder Skizzen (z. B. Punktebilder) oder Legematerial (z. B. Plättchen) nutzen. Dabei ist es wichtig, den Kindern die Möglichkeit zu geben, ihre Begründung mündlich und materialgestützt zu erklären. Die oben genannte Vermutung ist falsch und muss widerlegt werden. (Alle Ziffernkombinationen an der Hunderter- und Einerstelle der Ausgangszahl, die als Differenz eine 2 aufweisen, führen durch die Durchführung einer Subtraktionsaufgabe zu dem Ergebnis 198 (2•99): 9&7, 8&6, 7&5, 6&4, 5&3, 4&2, 3&1, 2&0. Da für die Zehnerziffer alle Ziffern von 0-9 gewählt werden können, gibt es für das Ergebnis 198 10 (Anzahl der Zehnerziffern) mal 8 (Anzahl der Ziffernkombinationen von H und E) gleich 80 verschiedene Aufgaben. Die Aussage, dass es zu jedem Ergebnis 10 verschiedene Aufgaben gibt, ist also falsch (siehe Abbildung links).

Eher – Entdeckungen in größeren Zahlenräumen durch die Variation der Rechenvorschrift

123 + 321 = 444
234 + 432 = 666
345 + 543 = 888
456 + 654 = 1110 ...

Entdeckungen durch die Variation der Rechenvorschrift: Besondere Umkehrzahlen addieren.

- Variation der Rechenoperation – Addition dreistelliger Umkehrzahlen untersuchen: *„Bilde eine dreistellige Zahl aus drei (aufeinanderfolgenden) Ziffern und ihre Umkehrzahl. Addiere die beiden Zahlen. Was fällt dir auf?“ „Welche Ergebnisse kannst du erreichen? Erkläre mit der Stellenwerttafel und Plättchen.“*
- Variation der Anzahl der Stellen – Subtraktion vierstelliger Umkehrzahlen: *„Bilde eine vierstellige Zahl und ihre Umkehrzahl. Subtrahiere die beiden Zahlen. Was fällt dir auf?“*

Mehr – Entdeckungen zu veränderten Zahlenmustern

- Entdeckungen zu dreistelligen Zahlen durch die Veränderung des Zahlenmusters: Vorgaben zur Zahlbildung wie beispielsweise *„Wähle zwei unterschiedliche Ziffern zur Bildung einer dreistelligen Zahl, wie z. B. die Ziffern 4 und 5. Daraus können die Zahlen 454 und 545 (sogenannte IRI-Zahlen) gebildet werden.“*
  Zu den IRI-Zahlen gibt es insgesamt 45 Aufgaben. Die Differenz sind Vielfache von 91. Welches Vielfache die Ergebniszahl bildet, ist abhängig von der Differenz der Stellenwerte.

Entdeckungen von Zahlbeziehungen können auch an AAL-Zahlen wie z. B. 445 und 554 gemacht werden.

- Entdeckungen an Treppenzahlen, wie 987 – 654, 876 – 543
- Entdeckungen zu vierstelligen Zahlen durch Variation des Zahlenmusters: *„Wähle zwei unterschiedliche Ziffern zur Bildung einer vierstelligen Zahl und deren Umkehrzahl wie z. B. 5445 und 4554. Diese Zahlen nennt man ANNA-Zahlen.“* (vgl. pikas.dzlm.de/node/712).

  Entdeckungen zu Zahlenmustern vierstelliger Zahlen können auch an MIMI-Zahlen wie 5454 und 4545 gemacht werden.
- Entdeckungen zu Zahlenmustern an verwandten Aufgabenformaten wie z. B. den „Minustürmen“: *„Wähle drei unterschiedliche Ziffern und bilde aus ihnen die größte und die kleinste Zahl. Subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl. Aus dem Ergebnis bildest du wieder die kleinste und die größte Zahl. Rechen so weiter, bis das Ergebnis die gleichen Ziffern hat wie das vorherige Ergebnis.“*

  Lösungshinweis: Die Rechnung endet bei der Differenz 495. Es entstehen Minustürme mit unterschiedlicher Anzahl von Stockwerken. Der höchste Turm hat fünf Stockwerke.

5	7	9
	975 -579 396	
	963 -369 594	
	954 -459 495	

Entdeckungen durch die Berechnung von Minustürmen.

LITERATUR

- Käpnick, F. (2019): *Mathe für kleine Asse 3/4*, S. 124 – 133. Berlin: Cornelsen.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen.* Berlin: Cornelsen.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2019): *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band I: Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Seelze: Klett Kallmeyer.
- Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2018): *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band II: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen*. Seelze: Klett Kallmeyer

LINKS

- PIKAS: Umkehrzahlen, ANNA-Zahlen, IRI-Zahlen
- Mathe sicher können Primarstufe: Fördermaterial Schriftliche Subtraktion
- Mathe sicher können Primarstufe: Handreichung Schriftliche Subtraktion

Ausgangsaufgabe:
Bilde eine dreistellige Zahl und ihre Umkehrzahl.
Subtrahiere die kleinere Zahl von der größeren Zahl.
Was fällt dir auf?

$$\begin{array}{r} 682 \\ -286 \\ \hline 396 \end{array}$$

Alle Bereiche sind eng miteinander verzahnt und bedingen sich gegenseitig.

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN AUSBAUEN

- „Was fällt dir an deiner Startzahl, der Umkehrzahl und dem Ergebnis auf? Zeige mit Forschermitteln."
- „Ordne die einzelnen Aufgaben. Erkläre, wie du geordnet hast."
- „Vermute: Welches ist die kleinste/größte Differenz, die du bei dreistelligen Minuenden finden kannst? Erkläre."
- „Vermute: Welche Differenzen können bei dreistelligen Minuenden erreicht werden? Erkläre."
- „Begründe deine Vermutung. Nutze eine Skizze oder Plättchen und die Stellenwerttafel."
- „Die Aussage: Mit diesen Aufgaben können alle Ergebnisse der Neunerreihe von 99-990 erreicht werden. Stimmt / stimmt nicht, weil …".

MATHESCHWIERIGKEITEN BEGEGNEN

- „Lege die Zahl. Wie viele Einer, Zehner und Hunderter hat die Zahl?"
- „Welche Zahl ist größer? Warum ist die Zahl größer? Zeige mit Material."
- „Lege die Zahl mit Plättchen in der Stellenwerttafel. Zeige die Subtraktion der Umkehrzahl durch das Verschieben der Plättchen in der Stellenwerttafel. Betrachte nun das Ergebnis. Was hat sich verändert? Wie viel ist es mehr/weniger geworden?"
- „Wenn ich zwei Plättchen aus der Hundertertafel verschiebe, dann…", „Wenn zwei Plättchen in der Einerspalte dazukommen, dann …" „Es werden 200 abgezogen und es kommen 2 dazu. Die Differenz beträgt …"
- „Was fällt dir an diesen Aufgaben auf?" „Was haben die Zahlen gemeinsam? Wie unterscheiden sie sich?" „Wie verändert sich das Ergebnis, wenn der Unterschied der Ziffern nicht 1, sondern 2 beträgt?"

MATHESTÄRKEN FÖRDERN

- „Finde möglichst alle Aufgaben mit der Differenz … (99, 198, 297, 396, …). Hast du alle Aufgaben gefunden? Erkläre."
- „Begründe folgende Vermutung. Nutze eine Skizze oder Plättchen."„Ich vermute, dass es zu jedem Ergebnis 10 verschiedene Aufgaben gibt."
- „Bilde eine dreistellige Zahl und ihre Umkehrzahl. Addiere die beiden Zahlen. Was fällt dir auf?" oder „Bilde eine vierstellige Zahl und ihre Umkehrzahl. Subtrahiere die beiden Zahlen. Was fällt dir auf?"
- „Wähle zwei unterschiedliche Ziffern und bilde daraus dreistellige Zahlen, wie z. B. 545 und 454 (sogenannte IRI-Zahlen). Subtrahiere."
- „Wähle zwei unterschiedliche Ziffern zur Bildung einer vierstelligen Zahl und deren Umkehrzahl wie z. B. 5445 und 4554."

SPRACHBILDEND UNTERRICHTEN

- Beschreibe deine Entdeckungen: „Der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle beträgt ____. Die Ergebniszahl heißt dann … ."„Das Ergebnis einer Umkehraufgabe hängt vom Ziffernunterschied ab."
- „Finde Beispiele für diese Vermutungen: „Wenn der Ziffernunterschied 1 beträgt, ist das Ergebnis immer 99." „Wenn der Ziffernunterschied 2 beträgt ist das Ergebnis zweimal 99
- Gemeinsam mit den Lernenden notwendige Mathe-Wörter einführen: „Umkehrzahl, Ziffernunterschied…" und Satzmuster erarbeiten, um die Subtraktion selbst, aber auch Entdeckungen beschreiben zu können.